

Subbab 9.2 - Minimum Spanning Tree

M.K. Desain dan Analisis Algoritma [KOMS120403]
Pertemuan 11 (8 Desember 2023)

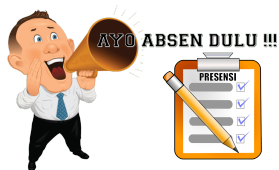
Dewi Sintiar

Program Studi S1 Ilmu Komputer
Universitas Pendidikan Ganesha
T.A. 2022/2023

Good morning!

Embrace the challenge, study with passion.

- Sudahkah Anda mengisi **presensi** di e-learning?



- Sudahkah Anda mengerjakan **pretest** di e-learning?



Microteaching SKB CASN 2023

Topik/Section ini dibuat khusus untuk keperluan tes microteaching SKB CASN 2023.

Website Perkuliahan DAA Th. Akademik 2022/2023

Mark as done

Ini adalah personal website saya yang memuat sebagian besar topik perkuliahan DAA. Silahkan mengunjungi website tersebut.

Perangkat pembelajaran

Mark as done

Silakan memerhati perangkat pembelajaran berikut agar Anda lebih siap untuk mengikuti perkuliahan.

1. Silabus
2. Kontrak Kuliah
3. Rencana Pembelajaran Semester
4. Rencana Tugas Mahasiswa

Buku referensi

Mark as done

Silakan unduh buku referensi pada tautan berikut.

- [Anany Levitin - Introduction to the Design and Analysis of Algorithms-Pearson \(2012\)](#)
- [Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein - Introduction to Algorithms-MIT Press \(2009\)](#)

Slide materi pertemuan ke-12

Mark as done

Folder memuat dua materi, dalam Bahasa Indonesia dan dalam Bahasa Inggris. Anda memiliki kebebasan untuk membaca versi ID atau EN sesuai dengan kenyamanan Anda. Namun saya sangat menyarankan Anda untuk mempelajari versi EN untuk melatih literasi Bahasa Inggris Anda.

Tugas 5 (kelompok)

Mark as done

PETUNJUK

- Penamaan tugas menggunakan format "Tugas05_Kelompok-NomorKelompok" (Contoh: [Tugas05_Kelompok-7](#))
- Perhatikan batas waktu pengumpulan, Anda tidak dapat mengumpulkan tugas setelah melewati tenggat waktu.
- Satu kelompok cukup mengumpulkan satu file, diwakilkan oleh salah seorang anggota kelompok.

Pre-test materi "Minimum Spanning Tree"

Mark as done

Post-test materi "Minimum Spanning Tree"

Mark as done

Add an activity or resource

Apersepsi

Mari kita review sejenak konsep yang sudah pernah Anda pelajari.



- Graf

Apersepsi

Mari kita review sejenak konsep yang sudah pernah Anda pelajari.



- Graf
- Komponen graf (verteks (simpul), sisi)

Apersepsi

Mari kita review sejenak konsep yang sudah pernah Anda pelajari.



- Graf
- Komponen graf (verteks (simpul), sisi)
- Sifat-sifat graf (berarah/tak-berarah, terhubung/tak-terhubung, siklis/asiklis)

Apersepsi

Mari kita review sejenak konsep yang sudah pernah Anda pelajari.



- Graf
- Komponen graf (verteks (simpul), sisi)
- Sifat-sifat graf (berarah/tak-berarah, terhubung/tak-terhubung, siklis/asiklis)
- *Tree* (graf pohon)

Apersepsi

Mari kita review sejenak konsep yang sudah pernah Anda pelajari.

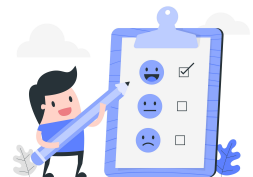


- Graf
- Komponen graf (verteks (simpul), sisi)
- Sifat-sifat graf (berarah/tak-berarah, terhubung/tak-terhubung, siklis/asiklis)
- *Tree* (graf pohon)

→ **MINIMUM SPANNING TREE**

Tujuan pembelajaran hari ini

Setelah pembelajaran ini, Anda diharapkan dapat:



- 1 **Menentukan** *Spanning Tree* dari sebuah graf
- 2 **Mencari/menghitung** *Minimum Spanning Tree* pada sebuah graf

Bagian 1.

Minimum Spanning Tree (MST)
(graf pohon merentang minimum)

Minimum Spanning Tree dalam kehidupan nyata



Figure: Membangun jaringan listrik *

*Sumber gambar:

<https://www.javatpoint.com/applications-of-minimum-spanning-tree>

Minimum Spanning Tree dalam kehidupan nyata

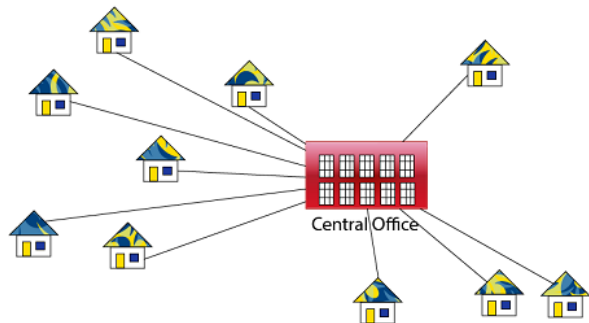


Figure: Membangun jaringan listrik *

*Sumber gambar:

<https://www.javatpoint.com/applications-of-minimum-spanning-tree>

Minimum Spanning Tree dalam kehidupan nyata

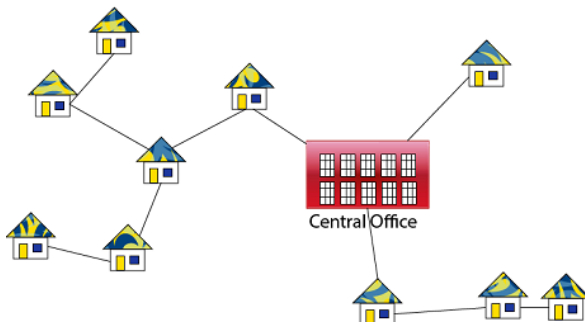


Figure: Membangun jaringan listrik *

*Sumber gambar:

<https://www.javatpoint.com/applications-of-minimum-spanning-tree>

Minimum Spanning Tree dalam kehidupan nyata



Tujuan: membangun jaringan kabel dengan biaya minimum

- Jaringan kabel yang terhubung satu sama lain → subgraf merentang (*spanning*)
- Biaya yang minimum → subgraf merupakan graf pohon (*tree*); dan jumlah bobot sisi sekecil-kecilnya.

Awal mula permasalahan *Minimum Spanning Tree**

- **Permasalahan:** Bagaimana menemukan konstruksi jaringan tenaga listrik yang paling ekonomis?
- **Otakar Borůvka** mengembangkan algoritma pertama untuk menemukan *MST*, pada tahun 1926.



Figure: Otakar Borůvka, ilmuwan Ceko (1899 - 1995)

Penerapan MST: [desain jaringan](#) (telepon, listrik, hidrolik, kabel TV, komputer, atau jaringan jalan di satelit), [cluster analysis](#), [real-time face verification](#).

*Source: https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum_spanning_tree

Definisi (*Spanning Tree*^a)

^aSumber: Buku Analysis of Algorithms (Robert Sedgewick), Sub-bab 4.3

Diberikan: Graf *tidak berarah* dan *terhubung* G dengan *sisi-sisi yang diboboti*.

Sebuah *Spanning Tree* T adalah subgraf dari G yang memenuhi sifat berikut:

- 1 T bersifat *spanning (merentang)*, yang berarti *memuat semua simpul*;
- 2 T adalah *tree (graf pohon)*, yang berarti memiliki sifat *terhubung* dan *asiklis*.

Minimum Spanning Tree adalah *spanning tree* dengan *bobot total minimum*.

Definisi (*Spanning Tree*^a)

^aSumber: Buku Analysis of Algorithms (Robert Sedgewick), Sub-bab 4.3

Diberikan: Graf *tidak berarah* dan *terhubung* G dengan *sisi-sisi yang diboboti*.

Sebuah *Spanning Tree* T adalah subgraf dari G yang memenuhi sifat berikut:

- 1 T bersifat *spanning (merentang)*, yang berarti *memuat semua simpul*;
- 2 T adalah *tree (graf pohon)*, yang berarti memiliki sifat *terhubung* dan *asiklis*.

Minimum Spanning Tree adalah *spanning tree* dengan bobot total minimum.

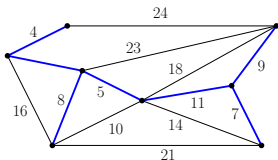
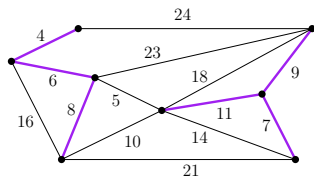
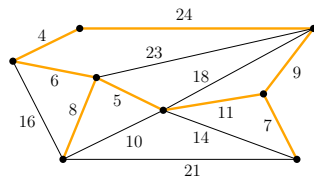


Figure: Contoh *spanning tree* (diwarnai biru) pada sebuah graf (diwarnai hitam)

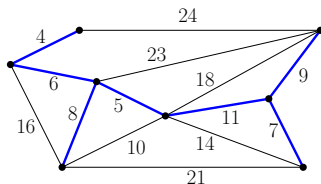
Q1: Manakah yang merupakan *Spanning Tree*?



spanning tree / bukan

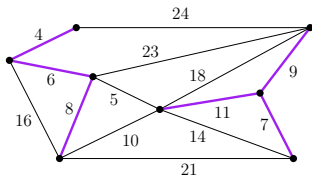


spanning tree / bukan

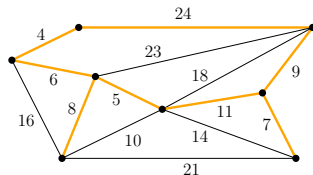


spanning tree / bukan

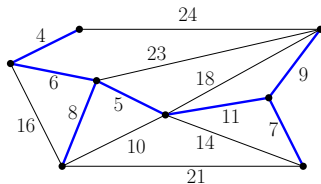
Q1: Manakah yang merupakan *Spanning Tree*?



bukan, karena tidak terhubung

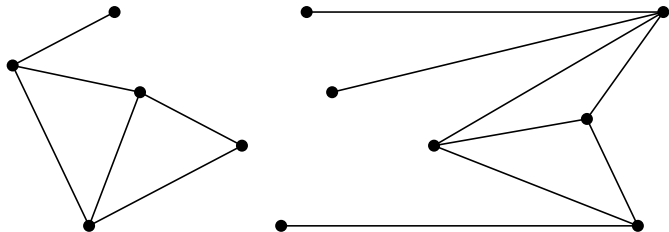


bukan, karena tidak asiklis



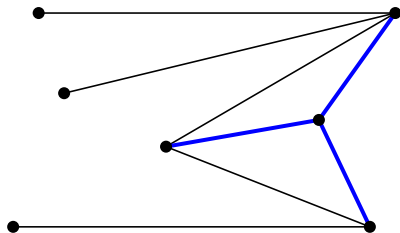
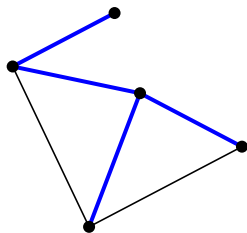
ya, *spanning tree*

Q2: Apakah semua graf memiliki *Spanning Tree*?



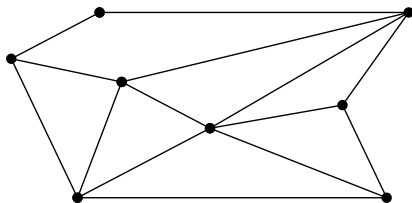
Q2: Apakah semua graf memiliki *Spanning Tree*?

Tidak, *spanning tree* ada hanya jika graf-nya **terhubung** (*connected*).

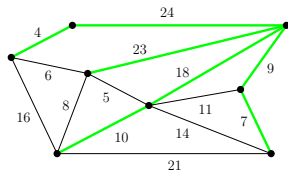


Q3: Mungkinkah sebuah graf memiliki lebih dari satu *spanning tree*?

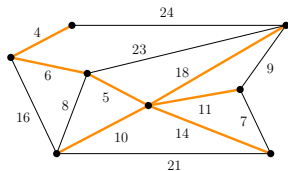
Q3: Mungkinkah sebuah graf memiliki lebih dari satu *spanning tree*?



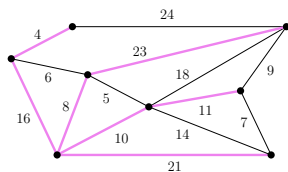
Q3: Mungkinkah sebuah graf memiliki lebih dari satu *spanning tree*?



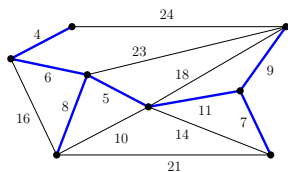
$$\text{Bobot} = 4 + 24 + 23 + 18 + 9 + 10 + 7 = 95$$



$$\text{Bobot} = 4 + 6 + 5 + 10 + 18 + 11 + 14 = 68$$



$$\text{Bobot} = 4 + 16 + 8 + 23 + 10 + 11 + 21 = 93$$



$$\text{Bobot} = 4 + 6 + 8 + 5 + 11 + 9 + 7 = 50$$

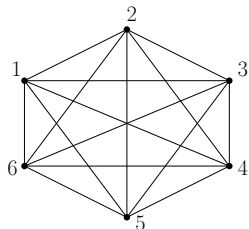
Summary

- Setiap graf terhubung memiliki setidaknya satu *spanning tree*
- Sebuah graf dapat memiliki lebih dari satu *spanning tree*

Teorema (Cayley, 1889)

Terdapat n^{n-2} *spanning tree* pada graf lengkap dengan n simpul.

Contoh:



Graf lengkap dengan 6 simpul di samping memiliki sebanyak

$$6^{6-2} = 6^4 = 1296 \text{ spanning tree}$$

Bagaimanakah cara paling sederhana untuk mencari *Minimum Spanning Tree* pada sebuah graf?

Bagaimanakah cara paling sederhana untuk mencari *Minimum Spanning Tree* pada sebuah graf?

Dengan algoritma brute-force:

1. Buat **list** semua *spanning tree*
2. **Hitung bobot** setiap *spanning tree*
3. **Ambil** *spanning tree* dengan bobot minimum

Permasalahan: **Expensive cost** (membutuhkan banyak waktu dan memori)

Bagian 2.

Algoritma pencarian *Minimum Spanning Tree (MST)*

- 1 Algoritma **Kruskal**
- 2 Algoritma **Prim**

†

† **Catatan:** Ada algoritma lain, namun tidak dibahas pada perkuliahan ini ▶

Kesimpulan



- **Spanning tree** adalah:
- **Karakteristik** dari Minimum Spanning Tree adalah:
- **Contoh algoritma** pencarian Minimum Spanning Tree adalah:

Kesimpulan



- **Spanning tree** adalah: *subgraf terhubung dari suatu graf yang memuat semua simpul di graf tersebut*
- **Karakteristik** dari Minimum Spanning Tree adalah:
- **Contoh algoritma** pencarian Minimum Spanning Tree adalah:

Kesimpulan



- **Spanning tree** adalah: *subgraf terhubung dari suatu graf yang memuat semua simpul di graf tersebut*
- **Karakteristik** dari Minimum Spanning Tree adalah:
 - ▶ memuat semua simpul;
 - ▶ terhubung;
 - ▶ membentuk *tree*;
 - ▶ mempunyai bobot total minimum.
- **Contoh algoritma** pencarian Minimum Spanning Tree adalah:

Kesimpulan

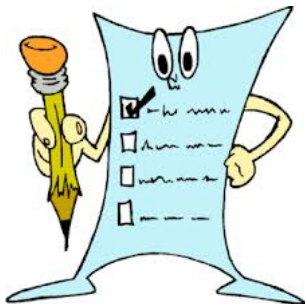


- **Spanning tree** adalah: *subgraf terhubung dari suatu graf yang memuat semua simpul di graf tersebut*
- **Karakteristik** dari Minimum Spanning Tree adalah:
 - ▶ memuat semua simpul;
 - ▶ terhubung;
 - ▶ membentuk *tree*;
 - ▶ mempunyai bobot total minimum.
- **Contoh algoritma** pencarian Minimum Spanning Tree adalah: *Algoritma Kruskal & Algoritma Prim*

Rujukan

- 1 *Introduction to Algorithms* - T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, C. Stein (2001)
- 2 *Introduction to the Design and Analysis of Algorithms* - Anany Levitin (2012)
- 3 *An Introduction to the Analysis of Algorithms* - Robert Sedgewick (2012)
- 4 Journal paper: *Minimum-weight spanning tree algorithms: A survey and empirical study* - Cüneyt F. Bazlamaççı, Khalil S. Hindi (1999)
- 5 Youtube video: *Kruskal's algorithm in 2 minutes*, <https://www.youtube.com/watch?v=71UQH7Pr9kU>
- 6 Youtube video: *Prim's algorithm in 2 minutes*, <https://www.youtube.com/watch?v=cplfcGZmX7I>

Saatnya post-test



Please access your e-learning page. →

Tugas 5 (kelompok)




Mark as done

Opens: Friday, 8 December 2023, 12:00 AM

Due: Thursday, 14 December 2023, 10:00 PM

PETUNJUK

- Penamaan tugas menggunakan format "Tugas05_Kelompok-NomorKelompok" (**Contoh: Tugas05_Kelompok-7**).
- Perhatikan batas waktu pengumpulan, Anda tidak dapat mengumpulkan tugas setelah melewati tenggat waktu.
- Satu kelompok cukup mengumpulkan satu file, diwakilkan oleh salah seorang anggota kelompok.

 LKM.pdf	4 December 2023, 6:09 PM
 Materi 11.1 - Kruskal.pdf	4 December 2023, 2:59 PM
 Materi 11.2 - Prim.pdf	4 December 2023, 2:59 PM

View all submissions

Grade

WORK HARD
STAY POSITIVE
MAKE IT HAPPEN

GUNGODDESS.COM

thank you, & good luck...!