

Matematika Diskrit
[KOMS124210] - 2024/2025

11 - Probabilitas (Peluang) Diskrit

Dewi Sintiar

Program Studi S1 Ilmu Komputer
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 11 (Mei 2025)

Bagian 1: Konsep Probabilitas

Apa kegunaan praktis dari Teori Probabilitas dalam Ilmu Komputer?

Tugas kelompok:

- ▶ Buatlah kelompok beranggotakan tiga orang
- ▶ Carilah sebuah topik tentang kebermanfaatan Teori Probabilitas (Peluang) dalam bidang Ilmu Komputer.
- ▶ Diskusikan dan berikan ulasan terkait hal tersebut.
- ▶ Presentasikan hasil diskusi kelompok Anda dalam bentuk video berdurasi ± 6 menit.

Konsep peluang diskrit



Misalkan sebuah koin di-tos. Berapakah kemungkinan munculnya **lambang garuda**?

Eksperimen probabilitas

- ▶ Buatlah sebuah program untuk mengetos angka 0 dan 1 secara random.
- ▶ Lakukan 100 kali eksperimen, dan catat hasil eksperimen Anda.
- ▶ Hitunglah berapa kali angka 1 muncul pada eksperimen tersebut.
- ▶ Jalankan program Anda 10 kali, lalu catat hasil yang diperoleh.

Probabilitas secara formal



Dalam pengetosan sebuah koin, terdapat dua kemungkinan gambar yang muncul, yaitu:

- ▶ Lambang garuda (G)
- ▶ Peta Indonesia (I)

$$\text{Probabilitas} = \frac{\text{Banyaknya kemungkinan yang memenuhi syarat}}{\text{Banyaknya seluruh kemungkinan}}$$

Contoh

Pada pengetosan sebuah koin, probabilitas munculnya gambar garuda adalah:

$$P(G) = \frac{1}{2}$$

Coba bandingkan nilai ini dengan hasil eksperimen Anda. Jelaskan!

Konsep peluang diskrit

Contoh

*Dalam proses rekrutmen di suatu perusahaan, dicari dua orang karyawan baru. Jika banyaknya pelamar adalah 100, berapakah **kemungkinan** seorang pelamar akan diterima?*

Solusi:

Ruang sampel

- ▶ Pada pelemparan sebuah koin, terdapat dua kemungkinan yang muncul, yaitu:

angka, gambar

- ▶ Pada pengetosan sebuah dadu, terdapat 6 kemungkinan hasil yang muncul, yaitu sbb:

1, 2, 3, 4, 5, 6

- ▶ Pada pengacakan kartu remi, terdapat 52 kartu yang mungkin:

- ▶ **Heart** : 1, ..., 10, As, Q, J, K
- ▶ **Diamond** : 1, ..., 10, As, Q, J, K
- ▶ **Spade** : 1, ..., 10, As, Q, J, K
- ▶ **Club** : 1, ..., 10, As, Q, J, K

Definisi

*Himpunan semua kemungkinan kejadian yang mungkin dari suatu percobaan disebut **RUANG SAMPEL**. Setiap elemen himpunan tersebut disebut **titik sampel**.*

Contoh motivasi sifat peluang sederhana (1)

Contoh

Pada pengetosan sebuah dadu, hitunglah:

▶ $P(1) = \dots$

▶ $P(2) = \dots$

▶ $P(3) = \dots$

▶ $P(4) = \dots$

▶ $P(5) = \dots$

▶ $P(6) = \dots$

Kemudian hitunglah:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = \dots$$

Contoh motivasi sifat peluang sederhana (2)

Contoh

Diberikan setumpuk kartu remi, hitunglah:

- ▶ $P(\text{Heart}) = \dots$
- ▶ $P(\text{Diamond}) = \dots$
- ▶ $P(\text{Spade}) = \dots$
- ▶ $P(\text{Club}) = \dots$

Kemudian hitunglah:

$$P(\text{Heart}) + P(\text{Diamond}) + P(\text{Spade}) + P(\text{Club}) = \dots$$

Latihan “Peluang Sederhana”

Peluang diskrit mempunyai sifat:

- ▶ $0 \leq p(x_i) \leq 1$
- ▶ $p(x_1) + p(x_2) + \cdots + p(x_n) = 1$ (jika terdapat n kemungkinan kejadian)

Latihan

Contoh 6.54, 6.55, dan 6.56 pada buku referensi Rinaldi Munir, halaman 262.

Kejadian

Kejadian (*event*) adalah himpunan bagian dari ruang sampel.

Contoh

Pada pelemparan dadu:

- ▶ Kejadian munculnya angka ganjil: $\{1, 3, 5\}$
- ▶ Kejadian munculnya angka prima: $\{2, 3, 5\}$

Pada permainan remi:

- ▶ Kejadian munculnya kartu merah: $\{ \text{Heart As, Heart Q, Heart K, Heart J, Heart 2, Heart 3, } \dots, \text{Heart 10} \}$

Latihan

Contoh 6.57 s.d. 6.61 pada buku referensi Rinaldi Munir, halaman 262.

Permasalahan Monty Hall

1. Anggap Anda dalam suatu game show; ada tiga buah pintu: A , B , dan C . Di belakang pintu ada dua ekor kambing dan sebuah mobil mewah. Anda pastinya mau mobil mewah dengan menebak pintu mana yang berisi mobil.
2. Misal Anda memilih pintu A (moga-moga isinya mobil).
3. Monty Hall, sang pembawa acara, mengecek pintu B dan C , lalu membuka pintu yang berisi kambing, sisa satu pintu lagi tidak dibuka. Jika keduanya berisi kambing maka dia akan membuka secara acak antara pintu B dan C .

Apakah Anda akan tetap pada pilihan awal yaitu pintu A , ataukah pindah ke pintu yang tidak dibuka oleh Monty Hall?

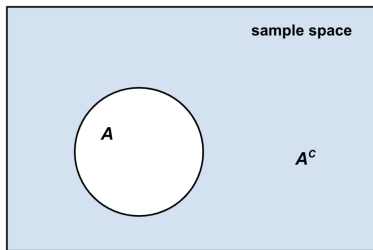
Alternatif solusi

Diskusikan dengan kelompok Anda.

1. Menurut Anda, apakah **berubah tidaknya pilihan pintu** mempengaruhi probabilitas memenangkan hadiah mobil?
2. Pilihan mana yang Anda pilih? Jelaskan argumen Anda dengan menerapkan prinsip-prinsip probabilitas.

Bagian 3.1: Probabilitas komplemen

Komplemen dari suatu kejadian A adalah kejadian \bar{A} yang tidak terjadi.



$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Latihan 1

Di sebuah kotak terdapat 5 bola merah, 3 bola biru, dan 2 bola kuning. Jika sebuah bola diambil secara acak, tentukan probabilitas bahwa bola yang terambil bukan bola merah.

Latihan 1

Di sebuah kotak terdapat 5 bola merah, 3 bola biru, dan 2 bola kuning. Jika sebuah bola diambil secara acak, tentukan probabilitas bahwa bola yang terambil bukan bola merah.

Solusi:

Jumlah total bola dalam kotak adalah:

$$5 + 3 + 2 = 10.$$

Probabilitas kejadian bahwa bola yang terambil adalah bola merah ($P(M)$) adalah:

$$P(M) = \frac{5}{10} = 0.5.$$

Probabilitas komplemen dari kejadian tersebut ($P(M^c)$) adalah:

$$P(M^c) = 1 - P(M) = 1 - 0.5 = 0.5.$$

Jadi, probabilitas bola yang terambil bukan bola merah adalah **0.5**.

Latihan 2

Sebuah dadu dilempar sekali. Tentukan probabilitas bahwa angka yang muncul bukan bilangan genap.

Latihan 2

Sebuah dadu dilempar sekali. Tentukan probabilitas bahwa angka yang muncul bukan bilangan genap.

Solusi:

Angka-angka pada sebuah dadu adalah $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Kejadian bahwa angka yang muncul adalah bilangan genap (E) mencakup angka $\{2, 4, 6\}$. Probabilitas kejadian bahwa angka yang muncul adalah bilangan genap ($P(E)$) adalah:

$$P(E) = \frac{3}{6} = 0.5.$$

Probabilitas komplemen dari kejadian tersebut ($P(E^c)$) adalah:

$$P(E^c) = 1 - P(E) = 1 - 0.5 = 0.5.$$

Jadi, probabilitas angka yang muncul bukan bilangan genap adalah **0.5**.

Bagian 3.2: Kejadian saling bebas dan saling lepas

Kejadian saling bebas

Misalkan sebuah koin dilempar tiga kali.

- ▶ Apakah hasil pelemparan koin kedua dipengaruhi oleh pelemparan yang pertama?
- ▶ Apakah hasil pelemparan koin ketiga dipengaruhi oleh pelemparan yang pertama dan kedua?

Definisi

Kejadian E dan F disebut *saling bebas (independent)* jika dan hanya jika $p(E \cap F) = p(E)p(F)$

Contoh kejadian saling bebas

Contoh

Sebuah koin dilempar sebanyak dua kali, tentukan peluang bahwa:

- ▶ *pada pelemparan pertama, koin menampilkan gambar garuda*
- ▶ *pada pelemparan kedua, koin menampilkan gambar peta Indonesia*

Contoh kejadian saling bebas

Contoh

Sebuah koin dilempar sebanyak dua kali, tentukan peluang bahwa:

- ▶ *pada pelemparan pertama, koin menampilkan gambar garuda*
- ▶ *pada pelemparan kedua, koin menampilkan gambar peta Indonesia*

Solusi:

Ruang sampel dari kejadian ini adalah: GG, GI, IG, II

Maka:

$$p(GI) = \frac{\text{Banyaknya kemungkinan kejadian GG}}{\text{Banyaknya kemungkinan semua kejadian}} = \frac{1}{4}$$

Dalam hal ini,

$$p(GI) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = p(G) \times p(I)$$

Latihan

Diskusikan dengan rekan sebangku Anda permasalahan berikut.

1. Sebuah koin dilemparkan sebanyak 3 kali. Tentukan peluang munculnya G, G, I .
2. Sebuah koin dilemparkan sebanyak 3 kali. Tentukan peluang munculnya lambang garuda pada dua kali pelemparan.
3. Sebuah koin dan sebuah dadu dilemparkan sekali. Tentukan peluang munculnya lambang garuda pada koin dan angka 5 pada dadu.

Rangkuman Bagian 2 s.d. Bagian 4

Konsep Teori Himpunan pada probabilitas diskrit

1. Kejadian A dan B terjadi sekaligus:

$$p(A \cap B) = \sum_{x_i \in A \cap B} p(x_i)$$

2. Kejadian bahwa A **atau** B terjadi:

$$p(A \cup B) = \sum_{x_i \in A \cup B} p(x_i)$$

3. Kejadian bahwa A terjadi tetapi B tidak:

$$p(A - B) = \sum_{x_i \in A - B} p(x_i)$$

4. Kejadian bahwa salah satu dari A dan B terjadi, namun bukan keduanya:

$$p(A \oplus B) = \sum_{x_i \in A \oplus B} p(x_i)$$

5. (Komplemen) Peluang bahwa komplemen dari kejadian A terjadi:

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

Kaitan antara kejadian “gabungan” dan “irisan”

Ingat kembali prinsip Inklusi-Eksklusi:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Dengan prinsip Inklusi-Eksklusi:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Latihan

Contoh 6.63 s.d. 6.65 pada buku referensi Rinaldi Munir, halaman 262.

Bagian 4.1: Probabilitas bersyarat

Definisi

Probabilitas bersyarat menunjukkan besarnya kesempatan suatu peristiwa akan terjadi yang didahului oleh peristiwa lain yang *dependen (tergantung)* terhadap peristiwa tersebut.

Notasi: $p(A|B)$

menunjukkan probabilitas A jika B diketahui, dimana A dan B menyatakan kejadian acak.

$$p(A|B) = \frac{p(A, B)}{p(B)}$$

Contoh probabilitas bersyarat

Diberikan data 50 mahasiswa yang berada di beberapa program studi, sebagai berikut.

Prodi	Jenis kelamin	
	P	L
TRPL	10	3
Ilmu Komputer	12	10
Sistem Informasi	3	12

1. Jika seorang mahasiswa perempuan dipilih secara acak, berapakah probabilitas bahwa ia berasal dari Prodi Sistem Informasi?
2. Jika seorang mahasiswa berasal dari Prodi TRPL, berapakah probabilitas bahwa ia seorang laki-laki?

Coba Anda jelaskan mengapa kedua permasalahan di atas termasuk dalam probabilitas bersyarat!

Contoh (*lanjutan*)

Soal: Jika seorang mahasiswa perempuan dipilih secara acak, berapakah probabilitas bahwa ia berasal dari Prodi Sistem Informasi?

Solusi:

$$p(A|B) = \frac{p(A, B)}{p(B)}$$

- ▶ A : mahasiswa Prodi Sistem Informasi
- ▶ B : mahasiswa perempuan

$$p(A|B) = \frac{p(A, B)}{p(B)} = \frac{3/50}{25/50} = \frac{3}{25}$$

Contoh (*lanjutan*)

Soal: Jika seorang mahasiswa berasal dari Prodi TRPL, berapakah probabilitas bahwa ia seorang laki-laki?

Solusi:

$$p(A|B) = \frac{p(A, B)}{p(B)}$$

- ▶ A : mahasiswa laki-laki
- ▶ B : mahasiswa TRPL

$$p(A|B) = \frac{p(A, B)}{p(B)} = \frac{10/50}{13/50} = \frac{10}{13}$$

Latihan

Soal 1: Dua dadu setimbang dilempar bersamaan. Jika diketahui bahwa jumlah mata dadu yang muncul kurang dari 4, tentukan probabilitas bahwa mata dadu pertama sama dengan 1.

Latihan

Soal 1: Dua dadu setimbang dilempar bersamaan. Jika diketahui bahwa jumlah mata dadu yang muncul kurang dari 4, tentukan probabilitas bahwa mata dadu pertama sama dengan 1.

Solusi:

Latihan

Soal 2: Sebuah perusahaan berencana memilih karyawan untuk mengikuti pelatihan. Terdapat 5 calon pria, dimana 3 dari bagian personalia dan 2 dari bagian EDP.

Tentukan probabilitas bahwa karyawan yang dipilih mengikuti pelatihan adalah pria yang berasal dari bagian EDP.

Latihan

Soal 2: Sebuah perusahaan berencana memilih karyawan untuk mengikuti pelatihan. Terdapat 5 calon pria, dimana 3 dari bagian personalia dan 2 dari bagian EDP.

Tentukan probabilitas bahwa karyawan yang dipilih mengikuti pelatihan adalah pria yang berasal dari bagian EDP.

Solusi:

Bagian 4.2: Probabilitas dengan menggunakan aturan permutasi & kombinasi

Latihan 1

Soal: Terdapat sepuluh pasang sepatu di dalam lemari. Jika delapan sepatu diambil secara acak, bagaimanakah probabilitas tidak ada sepasang sepatu yang diambil?

Solusi:

Latihan 2

Soal: Diambil 5 kartu remi dari setumpuk kartu remi (berjumlah 52; As, 2-10, K, Q, J masing-masing sebanyak 4). Berapakah probabilitas bahwa kelima kartu yang diambil tidak memuat karu As?

Solusi:

Latihan 3

Soal: Sepuluh orang masuk lift pada lantai dasar sebuah gedung bertingkat 20. Berapakah probabilitas semua orang tersebut keluar pada lantai yang berbeda?

Solusi: