

Matematika Diskrit  
[KOMS119602] - 2022/2023

## 5 - Logika Matematika

Dewi Sintiar

Prodi D4 Teknologi Rekayasa Perangkat Lunak  
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 7-11 February 2022

# Bagian 1: Proposisi

## Definisi proposisi

Coba Anda perhatikan pernyataan-pernyataan berikut:

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali
5.  $8 + 1 = 9$
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

*Apa yang Anda amati?*

# Definisi proposisi

## Definisi

*Proposisi (proposition) adalah suatu pernyataan yang memiliki nilai kebenaran (benar (true) atau salah (false)), tetapi tidak keduanya dalam waktu bersamaan.*

# Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali
5.  $8 + 1 = 9$
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali
5.  $8 + 1 = 9$
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali
5.  $8 + 1 = 9$
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali
5.  $8 + 1 = 9$
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$



## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$  ✓
6.  $5^2 = 10$
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$  ✓
6.  $5^2 = 10$  ✓
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring?
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$  ✓
6.  $5^2 = 10$  ✓
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring? ✗
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL?
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$  ✓
6.  $5^2 = 10$  ✓
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring? ✗
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL? ✗
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius!
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$  ✓
6.  $5^2 = 10$  ✓
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring? ✗
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL? ✗
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius! ✗
10.  $8 + x = 9$

## Manakah yang merupakan proposisi?

1. Indonesia adalah negara yang terdiri dari banyak pulau ✓
2. Pulau Bali terletak di sebelah Pulau Jawa ✓
3. Pandemi Covid-19 sudah terjadi selama 4 tahun ✓
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali ✓
5.  $8 + 1 = 9$  ✓
6.  $5^2 = 10$  ✓
7. Apakah Anda lebih suka kuliah daring atau luring? ✗
8. Mengapa Anda kuliah di D4 TRPL? ✗
9. Anda harus mengikuti perkuliahan dengan serius! ✗
10.  $8 + x = 9$  ✗

# Ciri-ciri **proposisi**? Ciri-ciri **bukan proposisi**?

## **Proposisi:**

1. ...
2. ...
3. ...

## **Bukan proposisi:**

1. ...
2. ...
3. ...



# Menuliskan proposisi dengan notasi

- ▶  $p$  : Indonesia adalah negara kepulauan
- ▶  $q$  :  $8 + 1 = 9$
- ▶  $r$  : Gubernur Bali saat ini adalah Mangku Pastika
- ▶  $s$  :  $5^2 = 10$

# Bagian 2: Operasi logika proposisi

# Operator “negasi”

## Definisi

Misalkan  $p$  adalah proposisi. *Negasi* dari  $p$ , dinotasikan sebagai  $\neg p$  adalah pernyataan:

$\neg p$  : adalah tidak benar  $p$

**Pertanyaan:** apakah  $\neg p$  memiliki nilai kebenaran?

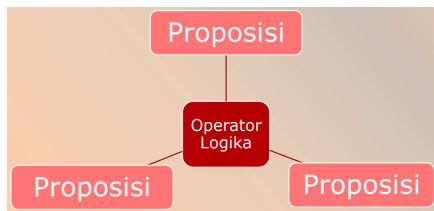
## Contoh negasi

Diberikan proposisi:

1. Indonesia adalah negara kepulauan.
2. Hari ini hujan.
3.  $8 + 1 = 9$
4. Semua mahasiswa di kelas ini bisa ber-Bahasa Bali.
5. Ada mahasiswa yang malas kuliah.
6. Luas Undiksha lebih dari  $100m^2$ .

*Tentukan negasi dari proposisi di atas!*

# Bagaimana cara menghubungkan dua (atau lebih) proposisi?



## Contoh

*Pernyataan gabungan seperti apa yang dapat Anda bentuk dari pernyataan berikut:*

- ▶  $p$  : Hari ini hujan
- ▶  $q$  : Mahasiswa diliburkan

# Bagaimana cara menghubungkan dua (atau lebih) proposisi?

Pernyataan gabungan seperti apa yang dapat Anda bentuk dari pernyataan berikut:

- ▶  $p$  : Hari ini hujan
- ▶  $q$  : Mahasiswa diliburkan

# Bagaimana cara menghubungkan dua (atau lebih) proposisi?

Pernyataan gabungan seperti apa yang dapat Anda bentuk dari pernyataan berikut:

- ▶  $p$  : Hari ini hujan
- ▶  $q$  : Mahasiswa diliburkan

1. Hari ini hujan **dan** mahasiswa diliburkan
2. Hari ini hujan **atau** mahasiswa diliburkan

Apa bedanya?

# Bagaimana cara menghubungkan dua (atau lebih) proposisi?

Pernyataan gabungan seperti apa yang dapat Anda bentuk dari pernyataan berikut:

- ▶  $p$  : Hari ini hujan
- ▶  $q$  : Mahasiswa diliburkan

1. Hari ini hujan **dan** mahasiswa diliburkan
2. Hari ini hujan **atau** mahasiswa diliburkan

Apa bedanya?

*Pernyataan (1) disebut **konjungsi***

*Pernyataan (2) disebut **disjungsi***



# Konjungsi & Disjungsi

## Definisi

Diberikan proposisi  $p$  dan  $q$ . “ $p$  dan  $q$ ” adalah sebuah *proposisi*, yang dinamakan *konjungsi (conjunction)* dari  $p$  dan  $q$ .

Konjungsi dinotasikan dengan  $p \wedge q$

## Definisi

Diberikan proposisi  $p$  dan  $q$ . “ $p$  atau  $q$ ” adalah sebuah *proposisi*, yang dinamakan *disjungsi (disjunction)* dari  $p$  dan  $q$ .

Disjungsi dinotasikan dengan  $p \vee q$

# Exclusive or (XOR)

## Definisi

Diberikan proposisi  $p$  dan  $q$ . " $p$  XOR  $q$ " adalah sebuah *proposisi*, yang dinamakan *exclusive or (XOR)* dari  $p$  dan  $q$ .

XOR dinotasikan dengan  $p \oplus q$

# Latihan

*Latihan akan diberikan di kelas...*

# Bagian 3: Tabel Kebenaran

# Tabel kebenaran

**Tabel kebenaran** adalah tabel dalam logika matematika yang digunakan untuk melihat nilai kebenaran suatu proposisi

## **Komponen tabel kebenaran:**

- ▶ **Input**, berisikan kemungkinan nilai kebenaran
- ▶ **Output**, berisikan hasil dari input setelah diaplikasikan operasi logika

Kapan suatu kombinasi proposisi bernilai benar?

# Kapan suatu kombinasi proposisi bernilai benar?

## Definisi

Misalkan  $p$  dan  $q$  adalah proposisi. Maka:

1. **Negasi**  $p$ , yaitu  $\neg p$  bernilai benar jika  $p$  salah, dan bernilai salah jika  $p$  benar.
2. **Konjungsi**  $p \wedge q$  bernilai benar jika  $p$  dan  $q$  keduanya benar. Selain itu, nilainya salah.
3. **Disjungsi**  $p \vee q$  bernilai salah jika  $p$  dan  $q$  keduanya salah. Selain itu, nilainya benar.
4. **XOR**  $p \oplus q$  bernilai benar jika tepat satu dari  $p$  atau  $q$  bernilai benar. Selain itu, nilainya salah.

# Tabel kebenaran negasi

**TABLE 1** The Truth Table for the Negation of a Proposition.

$p$	$\neg p$
T	F
F	T



# Aktivitas eksploratif: menyusun tabel kebenaran untuk operasi logika

## Petunjuk:

- ▶ Bentuklah 3 kelompok
- ▶ Masing-masing kelompok mendiskusikan satu dari topik berikut
  1. Tabel kebenaran konjungsi
  2. Tabel kebenaran disjungsi
  3. Tabel kebenaran XOR

# Tabel kebenaran konjungsi & disjungsi

**TABLE 2** The Truth Table for the Conjunction of Two Propositions.

$p$	$q$	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

**TABLE 3** The Truth Table for the Disjunction of Two Propositions.

$p$	$q$	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

# Tabel kebenaran XOR

**TABLE 4** The Truth Table for the Exclusive Or of Two Propositions.

$p$	$q$	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

# Latihan

*Latihan akan diberikan di kelas...*

# Bagian 4: Proposisi kondisional dan bikondisional

# Implikasi

## Definisi

Misalkan  $p$  dan  $q$  adalah proposisi. *Pernyataan kondisional (conditional statement) atau implikasi  $p \Rightarrow q$  adalah proposisi “jika  $p$  maka  $q$ ”.* Proposisi  $p$  disebut *hipotesis/anteseden/premis*, dan proposisi  $q$  disebut *kesimpulan/konsekuensi*.

## Contoh

$p$  : Hari ini hujan

$q$  : Saya ingin makan balimie

Bagaimanakah implikasi  $p \Rightarrow q$ ?

Apakah  $p \Rightarrow q$  memiliki “makna” yang sama dengan  $q \Rightarrow p$ ?

## Cara lain menyatakan implikasi $p \Rightarrow q$

“if  $p$ , then  $q$ ”

“if  $p$ ,  $q$ ”

“ $p$  is sufficient for  $q$ ”

“ $q$  if  $p$ ”

“ $q$  when  $p$ ”

“a necessary condition for  $p$  is  $q$ ”

“ $q$  unless  $\neg p$ ”

“ $p$  implies  $q$ ”

“ $p$  only if  $q$ ”

“a sufficient condition for  $q$  is  $p$ ”

“ $q$  whenever  $p$ ”

“ $q$  is necessary for  $p$ ”

“ $q$  follows from  $p$ ”

### Tugas:

Nyatakan implikasi  $p \Rightarrow q$  berikut dengan berbagai cara di atas.

- ▶  $p$  : Saya mahasiswa TRPL
- ▶  $q$  : Saya senang belajar Matematika Diskrit

# Biimplikasi

## Definisi

Misalkan  $p$  dan  $q$  adalah proposisi. *Pernyataan bikondisional (conditional statement) atau biimplikasi  $p \iff q$  adalah proposisi “ $p$  jika dan hanya jika  $q$ ”.*

## Contoh

$p$  : Hari ini hujan

$q$  : Saya ingin makan balimie

Bagaimanakah biimplikasi  $p \iff q$ ?

- ▶ Bagaimanakah nilai kebenaran  $p \Rightarrow q$ ?
- ▶ Bagaimanakah nilai kebenaran  $q \Rightarrow p$ ?



Aktivitas eksploratif: buatlah tabel kebenaran implikasi & biimplikasi

# Aktivitas eksploratif: buatlah tabel kebenaran implikasi & biimplikasi

**TABLE 5** The Truth Table for the Conditional Statement  $p \rightarrow q$ .

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

**TABLE 6** The Truth Table for the Biconditional  $p \leftrightarrow q$ .

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

# Latihan

Buatlah tabel kebenaran untuk proposisi majemuk:

$$(p \wedge \neg q) \Rightarrow (p \vee q)$$

# Latihan

Buatlah tabel kebenaran untuk proposisi majemuk:

$$(p \wedge \neg q) \Rightarrow (p \vee q)$$

<b>TABLE 7</b> The Truth Table of $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$ .					
$p$	$q$	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$p \wedge q$	$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	F	T
F	F	T	T	F	F

# Negasi implikasi

Diberikan implikasi:  $p \Rightarrow q$ , bagaimanakah  $\neg(p \Rightarrow q)$ ?

## Contoh

*Jika hari ini hujan maka saya makan mie.*

# Negasi biimplikasi

Diberikan biimplikasi:  $p \iff q$ , bagaimanakah  $\neg (p \iff q)$ ?

## Contoh

*Hari ini hujan jika dan hanya jika saya makan mie.*

# Latihan

*Latihan akan diberikan di kelas...*

# Ekuivalensi proposisi

Dua proposisi dikatakan **sama** atau **ekuivalen secara logis** (*logically equivalent*), jika mereka selalu memiliki nilai kebenaran yang sama.

Dengan kata lain  $p \iff q$  selalu bernilai benar.

Artinya,  $p$  dan  $q$  ekuivalen secara logika apabila:

- ▶  $p$  benar jika  $q$  benar, dan sebaliknya.
- ▶  $p$  salah jika  $q$  salah, dan sebaliknya.

Jika  $p$  dan  $q$  ekuivalen secara logika, kita tulis  $p \equiv q$ .



## Latihan ekuivalensi proposisi (1)

Apakah kedua proposisi berikut ekuivalen secara logis?

$$\neg(p \vee q) \quad \text{and} \quad \neg p \wedge \neg q$$

- ▶ Buatlah contoh proposisi  $p \vee q$  dan representasinya dalam  $p \wedge \neg q$ .
- ▶ Buat tabel kebenaran dari kedua proposisi tersebut!

## Latihan ekuivalensi proposisi (1)

Apakah kedua proposisi berikut ekuivalen secara logis?

$$\neg(p \vee q) \quad \text{and} \quad \neg p \wedge \neg q$$

- ▶ Buatlah contoh proposisi  $p \vee q$  dan representasinya dalam  $p \wedge \neg q$ .
- ▶ Buat tabel kebenaran dari kedua proposisi tersebut!

<b>TABLE 3</b> Truth Tables for $\neg(p \vee q)$ and $\neg p \wedge \neg q$ .						
$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

## Latihan ekuivalensi proposisi (2)

Apakah kedua proposisi berikut ekuivalen secara logis?

$$\neg(p \Rightarrow q) \quad \text{and} \quad \neg p \wedge q$$

- ▶ Buatlah contoh proposisi  $p \Rightarrow q$ . Kemudian nyatakan  $\neg(p \Rightarrow q)$  dan representasinya dalam  $p \wedge \neg q$ .
- ▶ Buat tabel kebenaran dari kedua proposisi tersebut!

## Latihan ekuivalensi proposisi (2)

Apakah kedua proposisi berikut ekuivalen secara logis?

$$\neg(p \Rightarrow q) \quad \text{and} \quad \neg p \wedge q$$

- ▶ Buatlah contoh proposisi  $p \Rightarrow q$ . Kemudian nyatakan  $\neg(p \Rightarrow q)$  dan representasinya dalam  $p \wedge \neg q$ .
- ▶ Buat tabel kebenaran dari kedua proposisi tersebut!

**TABLE 3** Truth Tables for  $\neg(p \vee q)$  and  $\neg p \wedge \neg q$ .

$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

## Latihan ekuivalensi proposisi (3)

Selidiki ekivaensi proposisi:

▶  $p \wedge (q \wedge r)$

▶  $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

## Latihan ekuivalensi proposisi (3)

Selidiki ekivaensi proposisi:

- ▶  $p \wedge (q \wedge r)$
- ▶  $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

**TABLE 5** A Demonstration That  $p \vee (q \wedge r)$  and  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$  Are Logically Equivalent.

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

# Tabel ekuivalensi proposisi (1)

<i>Equivalence</i>	<i>Name</i>
$p \wedge \mathbf{T} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Identity laws
$p \vee \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Domination laws
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotent laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation law
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Commutative laws
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associative laws
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributive laws
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	De Morgan's laws
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption laws
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Negation laws

## Tabel ekuivalensi proposisi (2)

**TABLE 7** Logical Equivalences Involving Conditional Statements.

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

**TABLE 8** Logical Equivalences Involving Biconditional Statements.

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$$



# Bagian 5: Operasi bit dan logika

## Variabel *boolean*

Komputer merepresentasikan informasi dengan menggunakan **bit**.

- ▶ Bit 1 digunakan untuk representasi TRUE
- ▶ Bit 0 digunakan untuk representasi FALSE

**TABLE 9** Table for the Bit Operators *OR*, *AND*, and *XOR*.

$x$	$y$	$x \vee y$	$x \wedge y$	$x \oplus y$
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0

# String bit

**String bit** adalah barisan dari bit-bit. **Panjang** sebuah string adalah banyaknya bit pada string (bisa juga panjangnya nol).

## Contoh

*Tentukan panjang dari string: 01 1011 0110.*

## Operasi bit

01 1011 0110	
11 0001 1101	
<hr/>	
11 1011 1111	bitwise <i>OR</i>
01 0001 0100	bitwise <i>AND</i>
10 1010 1011	bitwise <i>XOR</i>

# Predikat

Misalkan diberikan pernyataan berikut:

*Semua komputer di Lab TRPL berfungsi dengan baik.*

Dapatkah kita menarik kesimpulan berikut:

*Komputer 1 di Lab TRPL berfungsi dengan baik.*

# Predikat

Misalkan diberikan pernyataan berikut:

*Semua komputer di Lab TRPL berfungsi dengan baik.*

Dapatkah kita menarik kesimpulan berikut:

*Komputer 1 di Lab TRPL berfungsi dengan baik.*

Misalkan diberikan pernyataan berikut:

*Komputer 1 di Lab TRPL diserang virus.*

Dapatkah kita menarik kesimpulan berikut:

*Terdapat komputer di Lab TRPL yang diserang virus.*

# Predikat

Perhatikan pernyataan berikut:

- ▶ " $x > 3$ ", " $x = y + 3$ ", " $x + y = z$ "
- ▶ Komputer  $x$  sedang diserang virus.
- ▶ Komputer  $y$  berfungsi dengan baik.

Apa yang dapat Anda amati?

Bagaimanakah nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tersebut?

# Predikat

Perhatikan pernyataan berikut:

- ▶ “ $x > 3$ ”, “ $x = y + 3$ ”, “ $x + y = z$ ”
- ▶ Komputer  $x$  sedang diserang virus.
- ▶ Komputer  $y$  berfungsi dengan baik.

Apa yang dapat Anda amati?

Bagaimanakah nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tersebut?

Pernyataan: “ $x$  lebih dari 3”.

- ▶ “ $x$ ” adalah subjek **pernyataan**;
- ▶ “lebih dari 3” disebut **predikat**.

# Predikat

## Contoh

Misalkan  $P(x)$  adalah pernyataan " $x > 3$ ". Bagaimanakah nilai kebenaran dari  $P(4)$  dan  $P(2)$ ?



# Predikat

## Contoh

Misalkan  $P(x)$  adalah pernyataan " $x > 3$ ". Bagaimanakah nilai kebenaran dari  $P(4)$  dan  $P(2)$ ?

## Contoh

Misalkan  $A(x)$  adalah pernyataan "Komputer  $x$  di Lab TRPL sedang diserang virus." Misalkan bahwa di antara komputer di Lab TRPL, hanya Komputer 1 dan Komputer 5 yang diserang virus.

Bagaimanakah nilai kebenaran dari  $A(\text{Komputer 1})$ ,  $A(\text{Komputer 2})$ , dan  $A(\text{Komputer 5})$ ?

# Predikat

## Contoh

Misalkan  $P(x)$  adalah pernyataan " $x > 3$ ". Bagaimanakah nilai kebenaran dari  $P(4)$  dan  $P(2)$ ?

## Contoh

Misalkan  $A(x)$  adalah pernyataan "Komputer  $x$  di Lab TRPL sedang diserang virus." Misalkan bahwa di antara komputer di Lab TRPL, hanya Komputer 1 dan Komputer 5 yang diserang virus.

Bagaimanakah nilai kebenaran dari  $A(\text{Komputer 1})$ ,  $A(\text{Komputer 2})$ , dan  $A(\text{Komputer 5})$ ?

## Contoh

Misalkan  $Q(x, y)$  adalah pernyataan: " $x = y + 3$ ". Bagaimanakah nilai kebenaran dari  $Q(1, 2)$  dan  $Q(3, 0)$ ?

# Bagian 6: Pernyataan berkuantor

# Apa itu kuantor?

# Apa itu kuantor?

Dalam logika, **kuantor** (*quantifier*) adalah operator yang menentukan berapa banyak individu dalam domain wacana yang memenuhi suatu formula terbuka.

Suatu pernyataan dimana kuantor mengambil cakupan terluas disebut **pernyataan berkuantor**.

Pernyataan harus berisi **variabel terikat** dan **subformula** yang menentukan properti dari referensi variabel itu.

# Kuantor universal

**Kuantor universal** dari  $P(x)$  adalah proposisi:

$P(x)$  untuk **semua** nilai  $x$  di domainnya.

Notasi:  $\forall x P(x)$ . Notasi  $\forall$  disebut kuantor universal.

Elemen  $x$  dimana  $P(x)$  bernilai salah disebut **counterexample** (contoh penyangkal) dari  $\forall x P(x)$ .

**Kuantor eksistensial** dari  $P(x)$  adalah proposisi:

**Terdapat** elemen  $x$  di domain sedemikian sehingga  $P(x)$ .

Notasi:  $\exists x P(x)$ . Notasi  $\exists$  disebut kuantor eksistensial.

# Latihan 1

Diberikan pernyataan:

- ▶  $\forall x P(x)$
- ▶  $\exists x P(x)$
  
- ▶ Kapan pernyataan tersebut *benar*?
- ▶ Kapan pernyataan tersebut *salah*?

# Latihan 1

Diberikan pernyataan:

- ▶  $\forall x P(x)$
- ▶  $\exists x P(x)$
  
- ▶ Kapan pernyataan tersebut *benar*?
- ▶ Kapan pernyataan tersebut *salah*?

**TABLE 1** Quantifiers.

<i>Statement</i>	<i>When True?</i>	<i>When False?</i>
$\forall x P(x)$	$P(x)$ is true for every $x$ .	There is an $x$ for which $P(x)$ is false.
$\exists x P(x)$	There is an $x$ for which $P(x)$ is true.	$P(x)$ is false for every $x$ .



## Latihan 2

### Contoh

*Bagaimanakah makna dari pernyataan  $\forall x N(x)$ , dimana:*

*$N(x)$ : Komputer  $x$  terkoneksi dengan jaringan.*

### Solusi:

## Latihan 3

### Contoh

Misal  $P(x)$  adalah pernyataan:

$$x + 1 > x$$

Bagaimanakah nilai kebenaran dari kuantifikasi  $\forall x P(x)$ , dimana domainnya adalah bilangan riil  $\mathbb{R}$ ?

**Solusi:**

## Latihan 4

### Contoh

Misal  $Q(x)$  adalah pernyataan:

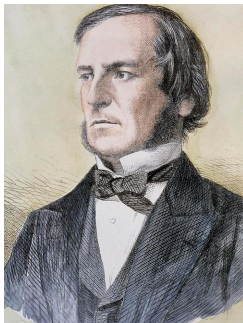
$$x < 2$$

Bagaimanakah nilai kebenaran dari kuantifikasi  $\forall x P(x)$ , dimana domainnya adalah bilangan riil  $\mathbb{R}$ ?

**Solusi:**

# Bagian 6: Aplikasi Logika

# History



**Figure:** George Boole (self-taught English mathematician, philosopher, and logician)

# Tugas individu

**Petunjuk:** soal-soal berikut **harus dikerjakan sendiri**. Jawaban yang terindikasi curang tidak akan dinilai.

Berikan sebuah contoh:

1. Proposisi dan nilai kebenarannya
2. Negasi dari proposisi tersebut
3. Disjungsi dari dua proposisi
4. Konjungsi dari dua proposisi
5. Implikasi dari dua proposisi
6. Biimplikasi dari dua proposisi
7. Rangkaian proposisi logika beserta tabel kebenarannya
8. Ekuivalensi dari proposisi pada nomor 3, 4, 5, **atau** 6
9. Pernyataan berkuantor
10. Ulasan singkat terkait dengan penerapan logika matematika dalam bidang Informatika