10 - DFS and BFS

[KOMS120403]

Desain dan Analisis Algoritma (2023/2024)

Dewi Sintiari

Prodi S1 Ilmu Komputer
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 12 (May 2024)

Daftar isi

- Algoritma traversal graf
- DFS
- BFS
- Graf dinamis

Traversal graf

Algoritma traversal graf adalah algoritma yang mencari solusi permasalahan pada sebuah *struktur data graf*, dengan mengunjungi simpul-simpul pada graf secara sistematis (dengan asumsi bahwa graf tersebut *terhubung*).

- Depth first search (DFS)
- Breadth first search (BFS)

Struktur data graf

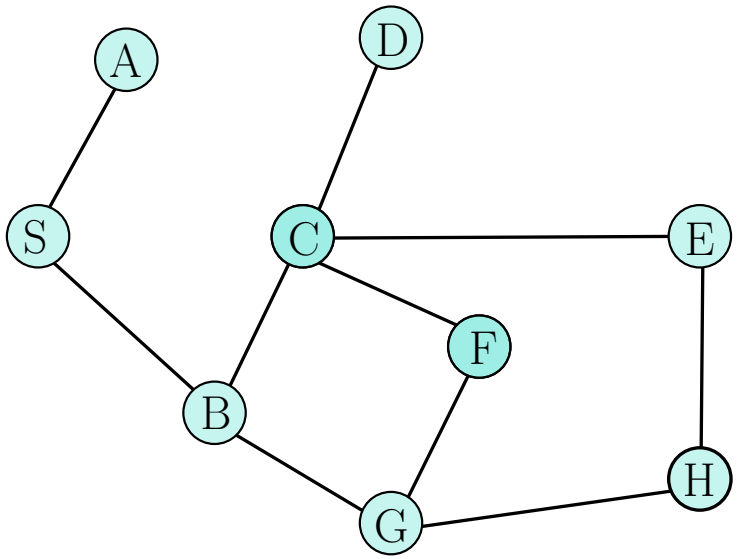
Adjacency matrix (matriks ketetanggaan)

Sebuah adjacency matrix adalah matriks biner $n \times n$ dimana nilai entri ke-$[i, j]$ adalah 1 jika dan hanya jika terdapat sisi yang memiliki simpul akhir i dan j

Adjacency list (daftar ketetanggaan)

Adjacency list adalah array dari daftar terpisah. Setiap elemen array adalah daftar simpul tetangga (atau terhubung langsung) yang sesuai. Dengan kata lain, daftar ke-i dari adjacency list adalah daftar semua simpul yang terhubung langsung ke simpul ke-i.

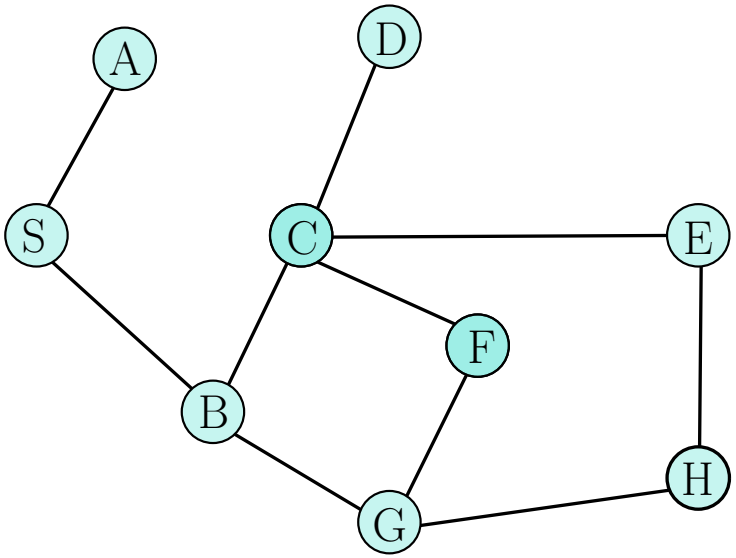
Struktur data graf



	A	B	C	D	E	F	G	H	S
A	0	0	0	0	0	0	0	0	1
B	0	0	0	0	0	0	0	0	1
C	0	1	0	1	1	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	0
G	0	1	0	0	0	1	0	1	0
H	0	0	0	0	1	0	1	0	0
S	1	1	0	0	0	0	0	0	0

Figure: Graf dan matriks ketetanggaannya

Struktur data graf



S: [A, B]
A: [S]
B: [S, C, G]
C: [B, D, E, F]
D: [C]
E: [C, H]
F: [C, G]
G: [B, F, H]

Adjacency list: [[A,B], [S], [S,C,G], [B,D,E,F], [C], [C,H], [C,G], [B,F,H]]

Figure: Matriks dan list ketetanggaannya

Representasi graf dalam proses pencarian

Dua pendekatan dalam proses pencarian solusi

1. Graf statis: graf dibangun *sebelum* proses pencarian. Graf direpresentasikan sebagai struktur data.
   - Contoh: BFS, DFS
2. Graf dinamis: graf dibangun bersama dengan proses pencarian.

Bagian 1. Depth-First Search (DFS)

DFS (1): Algoritma

DFS dimulai dari *simpul akar* dan memeriksa semua simpul tetangga.

- Kunjungi simpul v;
- Kunjungi simpul w yang bersebelahan dengan v;
- Ulangi DFS mulai dari simpul w;
- Ketika simpul u tercapai sehingga semua tetangganya dikunjungi, pencarian "mundur" ke simpul yang terakhir dikunjungi yang masih memiliki tetangga yang belum dikunjungi.
- Lanjutkan langkah ini.
- Searching selesai bila tidak ada lagi simpul yang dapat dijangkau dari simpul yang dikunjungi.

DFS (2): Pseudocode (rekursif)

Algorithm 1 DFS in a graph

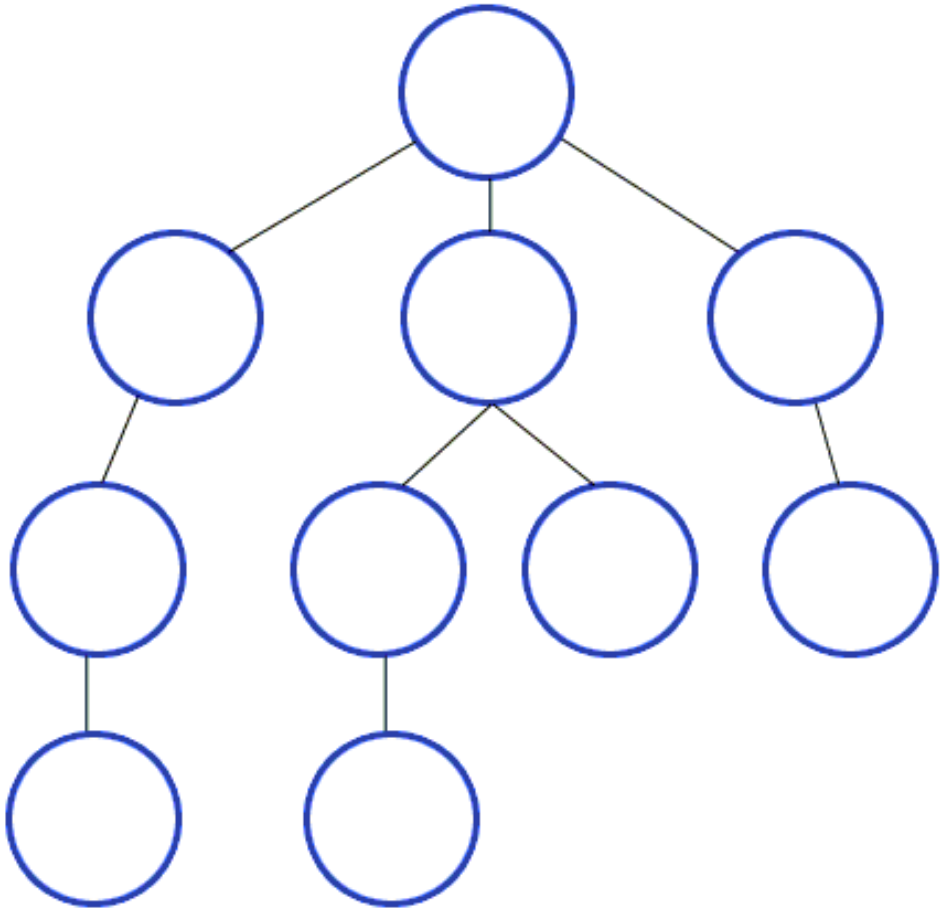
```
1: procedure DFS(G)
2:     input: graf G = (V, E)
3:     output: graf G dengan V(G) ditandai dengan bilangan bulat berurutan yang menunjukkan urutan DFS
4:     count ← 0                          ▷ 'count' is used to store the number of vertices that have been visited
5:     initialize array visited = [ ]     ▷ to store all vertices that have been visited
6:     for v ∈ V do
7:         visited[v] = 0                 ▷ vertex v has not been visited
8:     end for
9:     for v ∈ V do
10:        if visited[v] = 0 then
11:            DFS(v)                     ▷ see next slide for the subroutine
12:        end if
13:    end for
14:    return visited
15: end procedure
```

DFS (3): Pseudocode

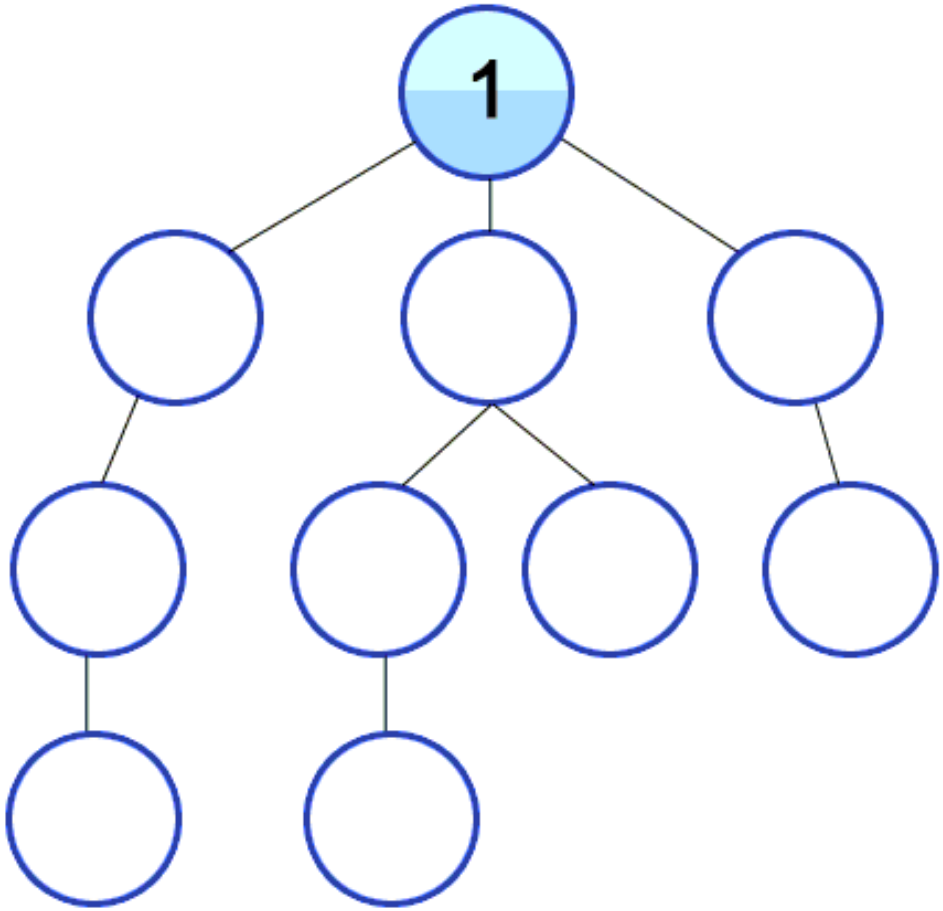
Algorithm 2 DFS a vertex

```
1: procedure DFS(v)
2:     count ← count + 1                ▷ vertex v is now marked as visited
3:     visited[v] = count
4:     for w ∈ N(v) do
5:         if visited[w] = 0 then       ▷ if w is marked as 'not visited', then visit v and DFS in one of its neighbors
6:             DFS(w)
7:         end if
8:     end for
9: end procedure
```

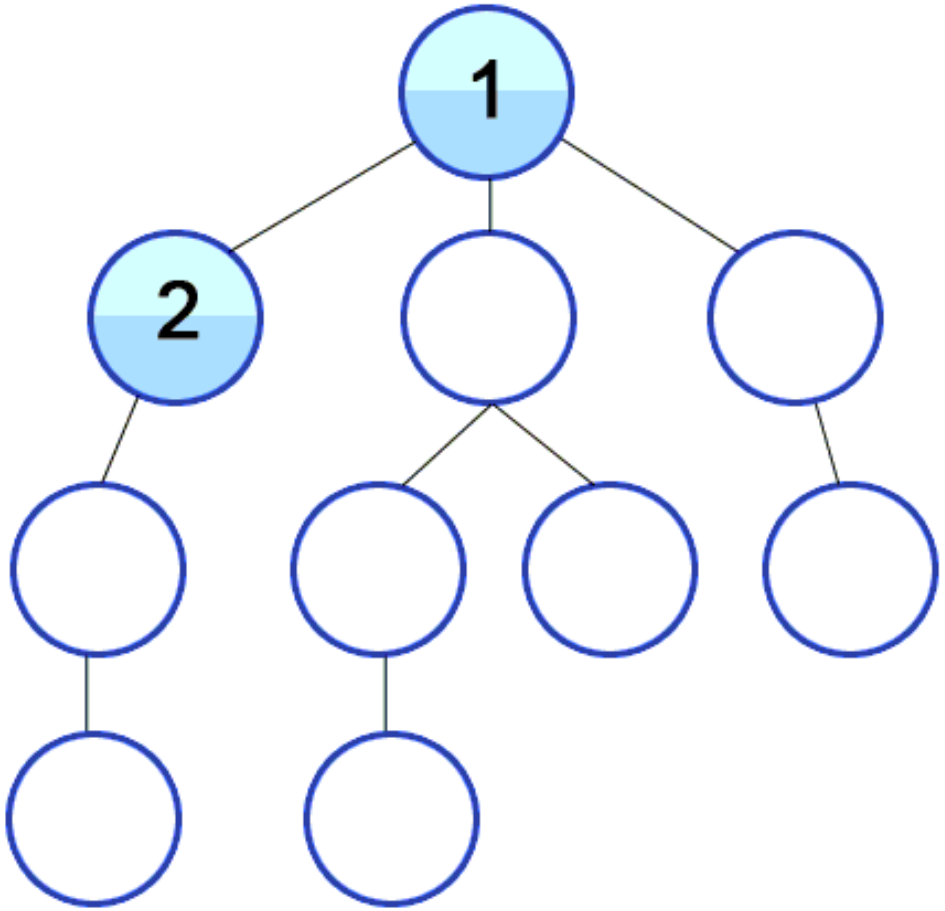
DFS (4): Contoh pada tree



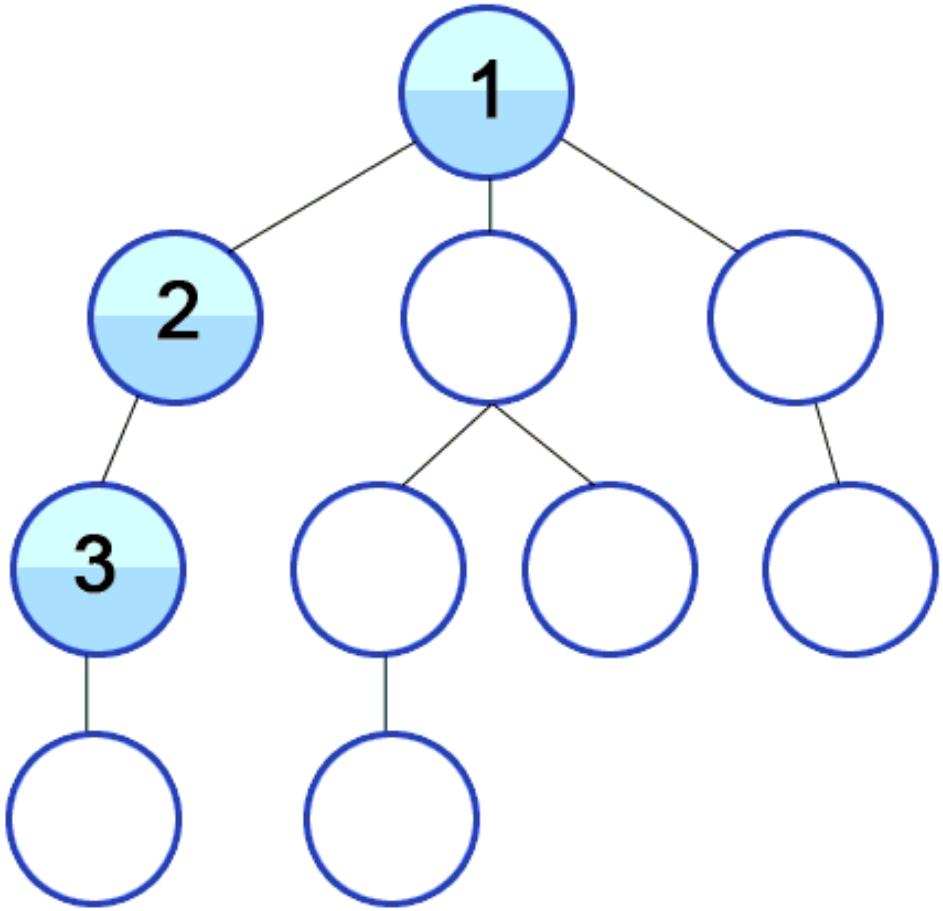
DFS (4): Contoh pada tree



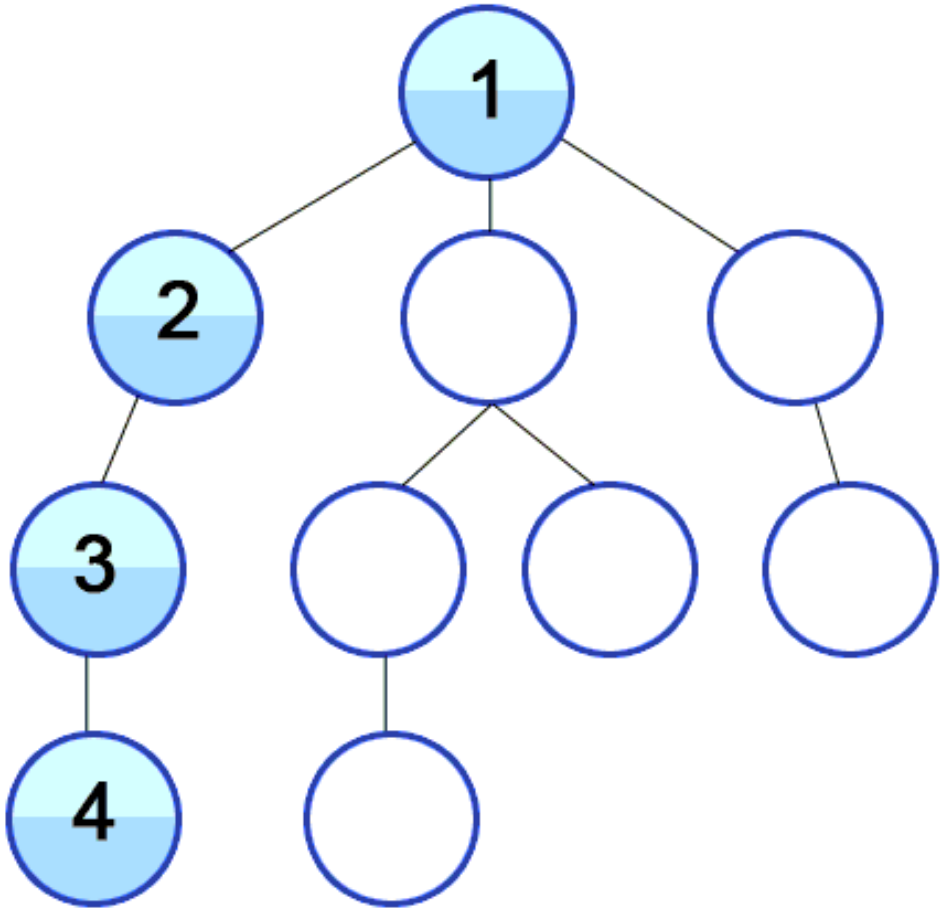
DFS (4): Contoh pada tree



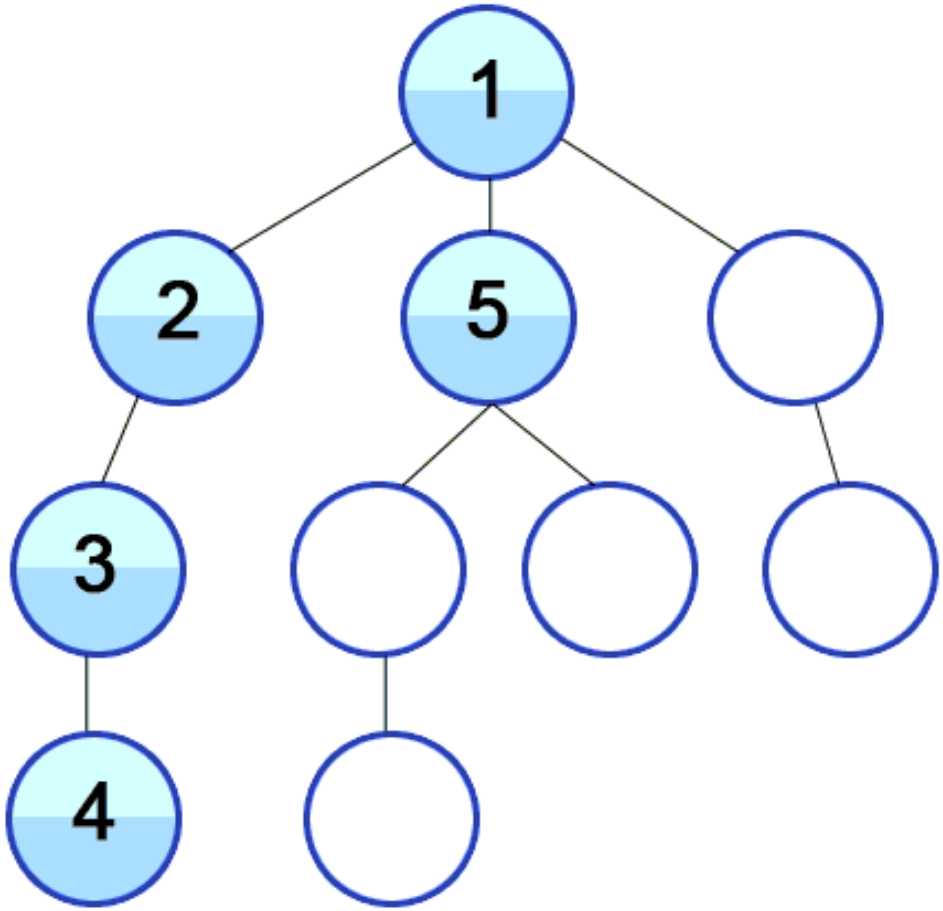
DFS (4): Contoh pada tree



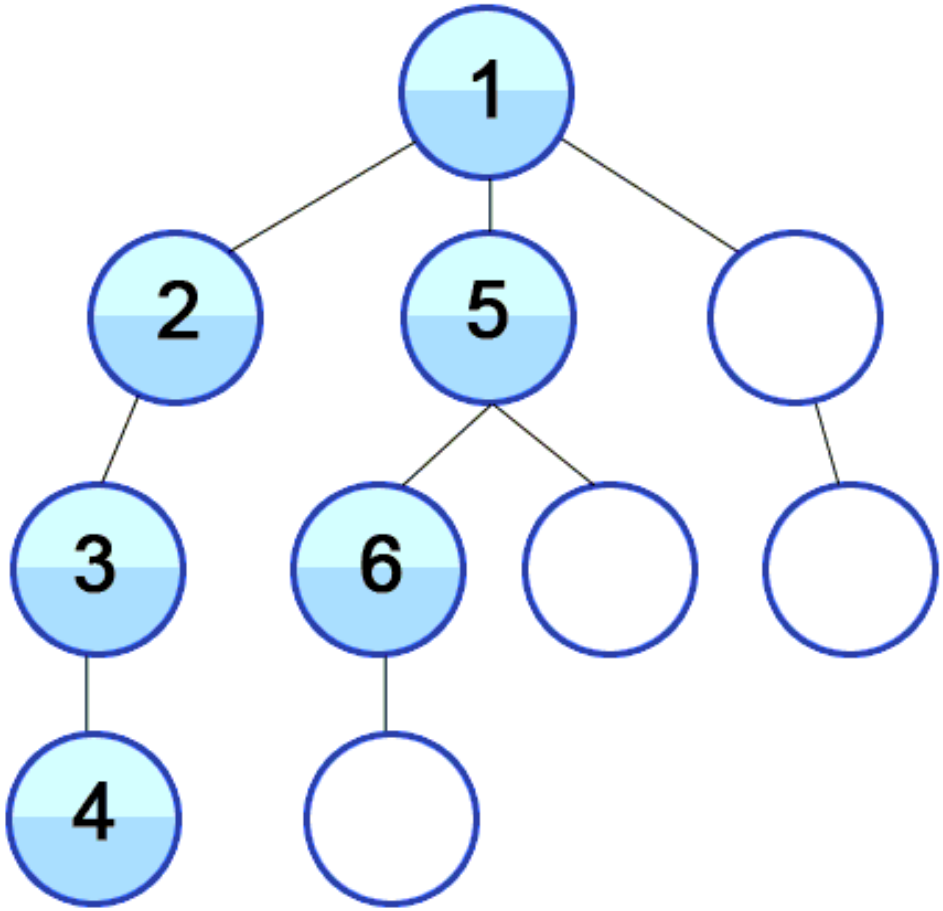
DFS (4): Contoh pada tree



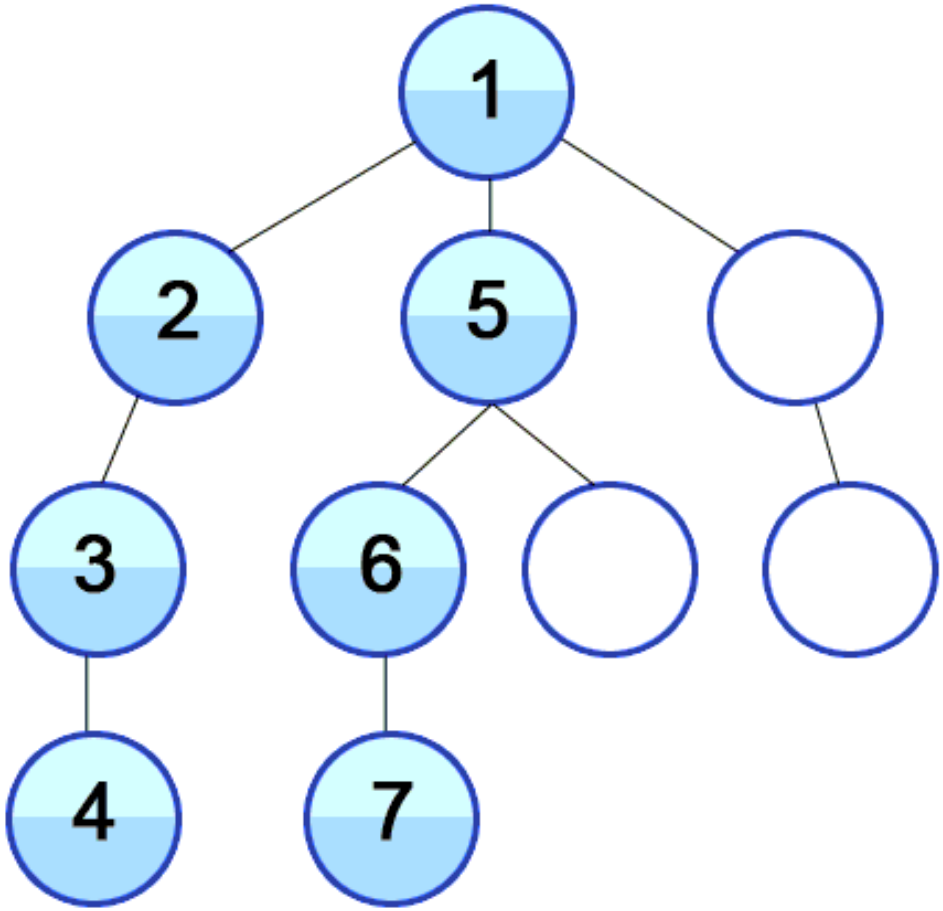
DFS (4): Contoh pada tree



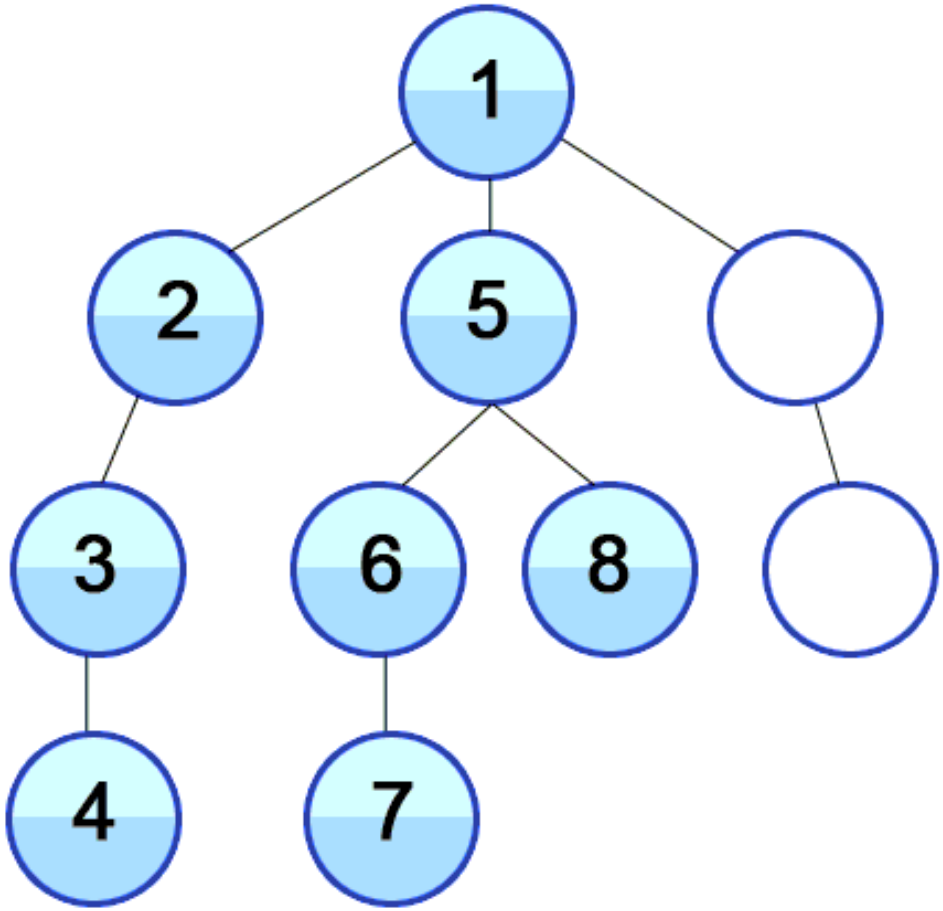
DFS (4): Contoh pada tree



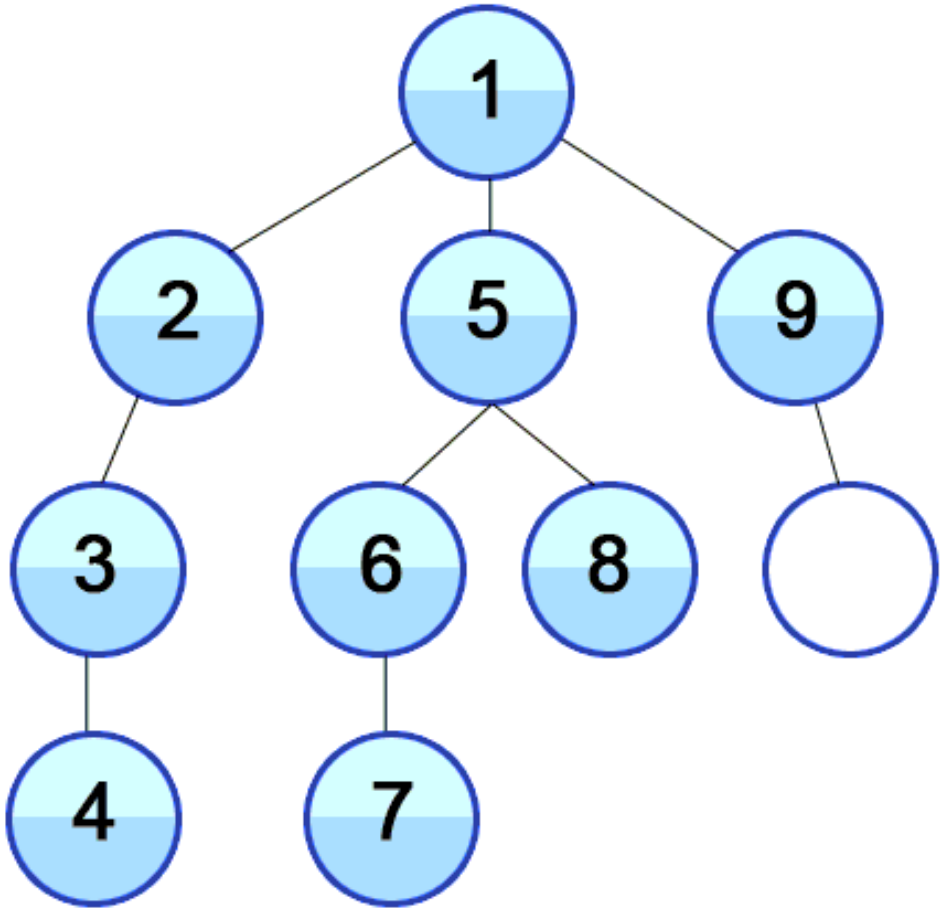
DFS (4): Contoh pada tree



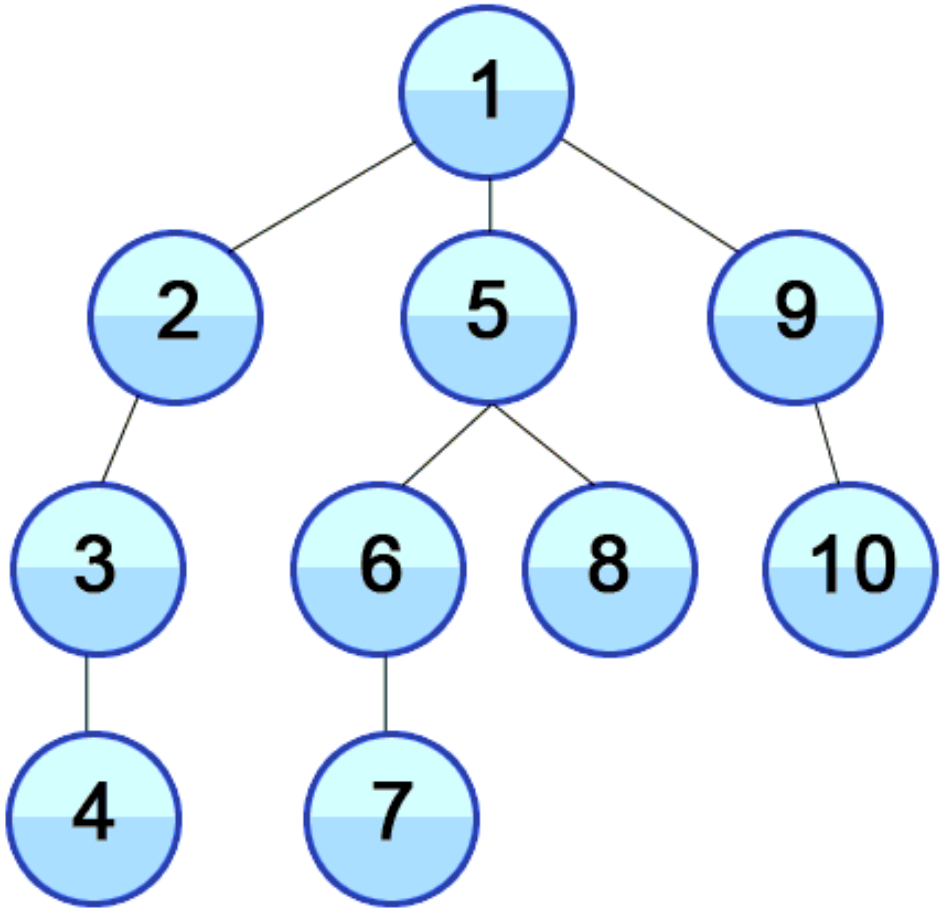
DFS (4): Contoh pada tree



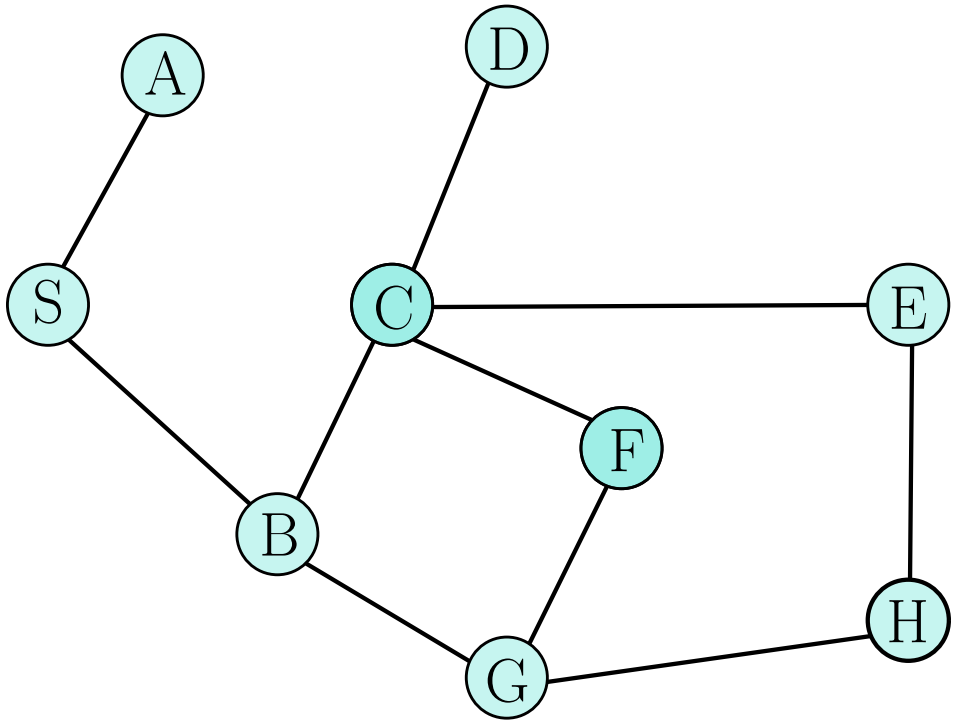
DFS (4): Contoh pada tree



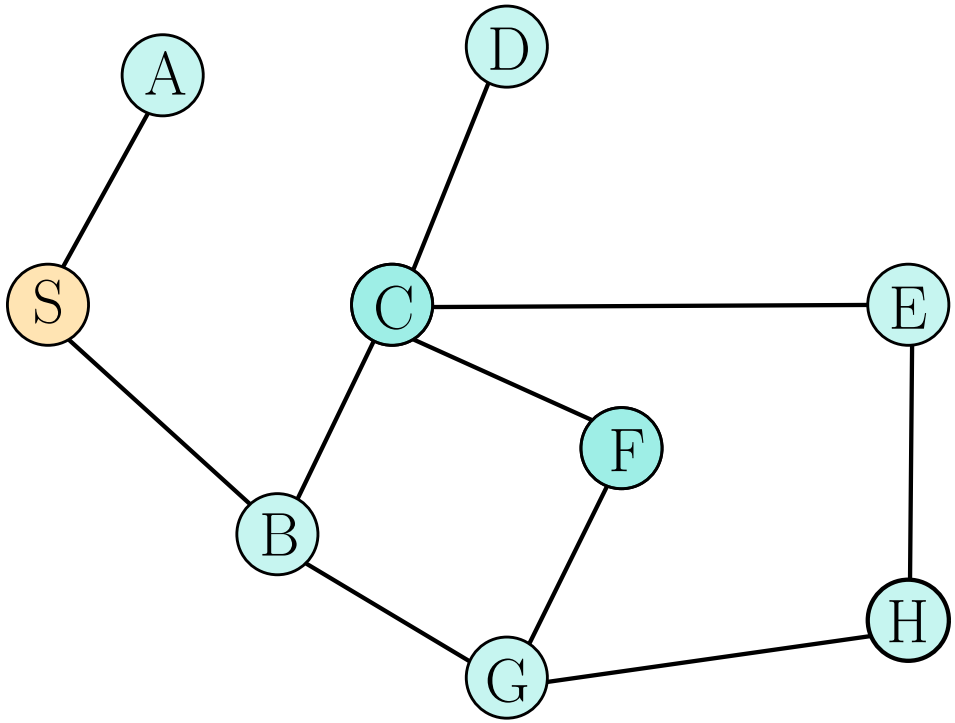
DFS (4): Contoh pada tree



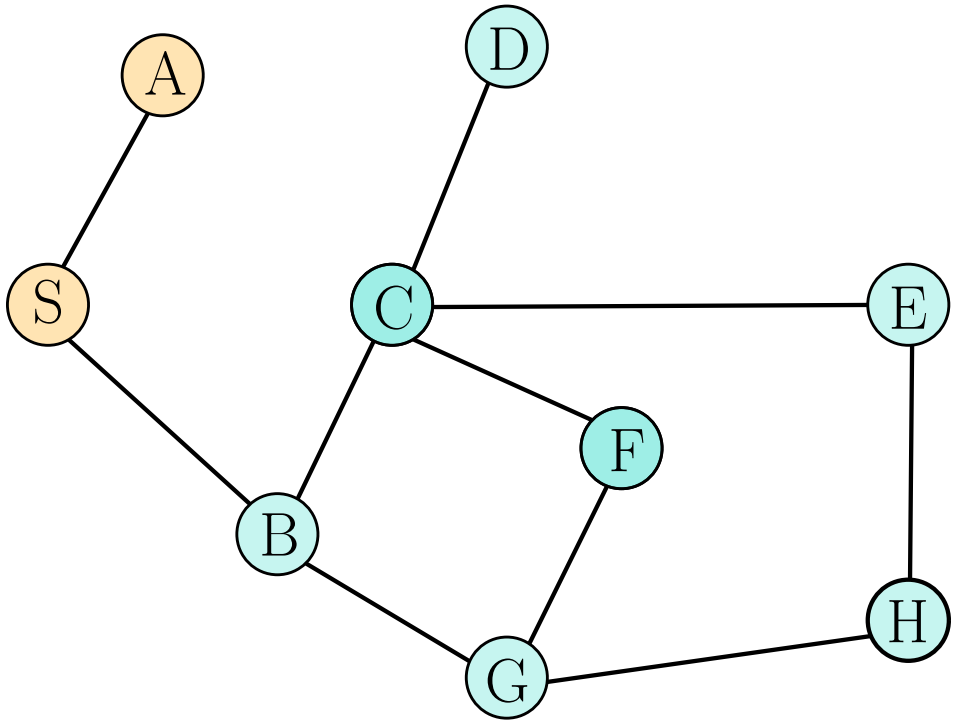
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



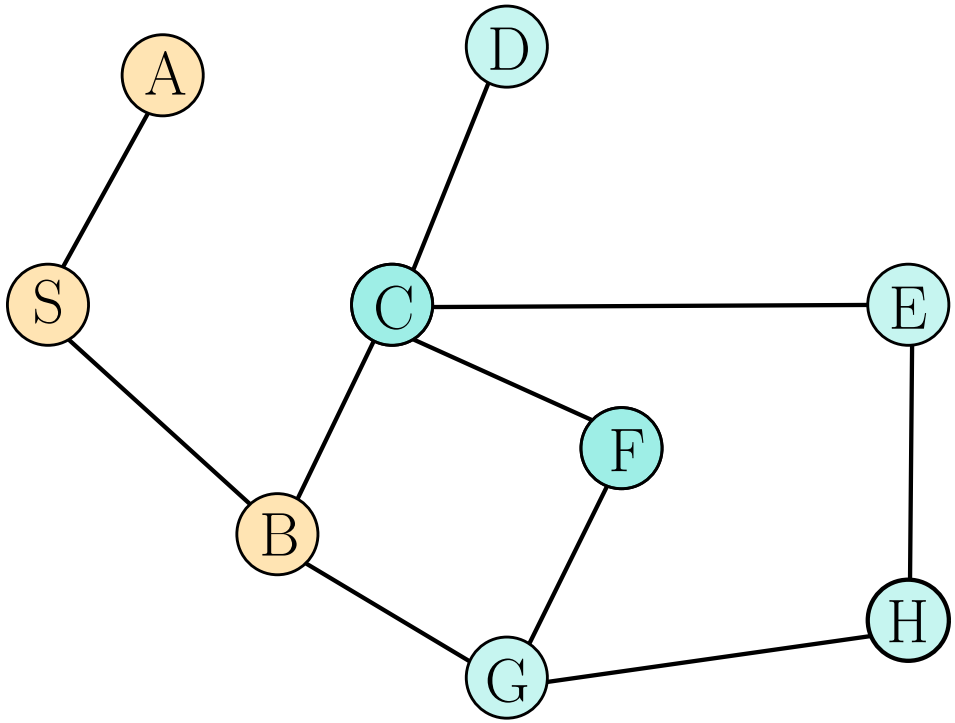
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



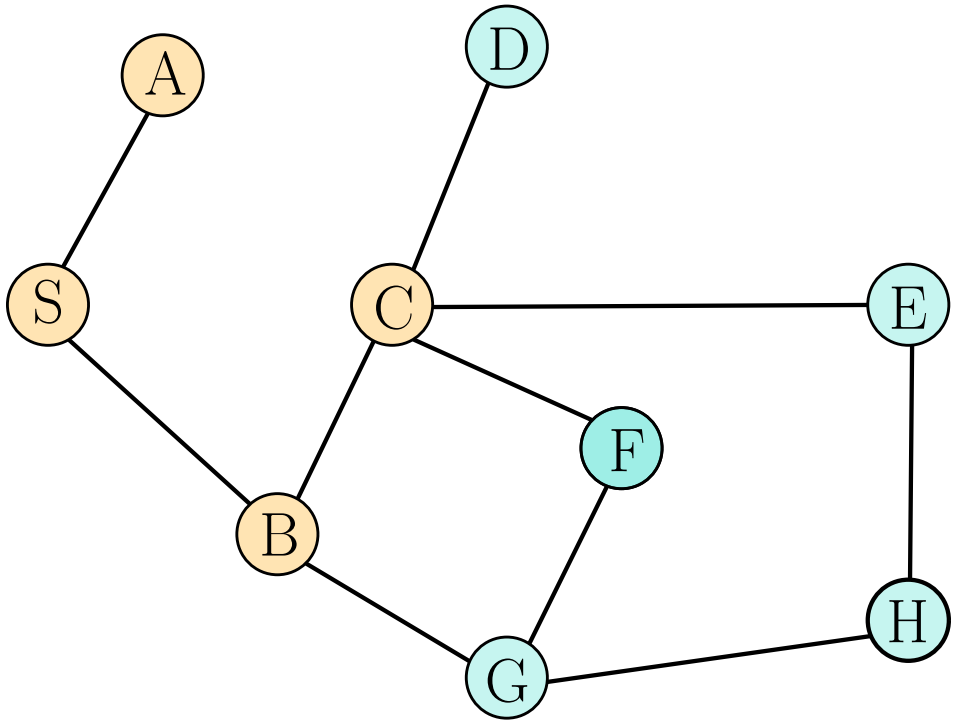
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



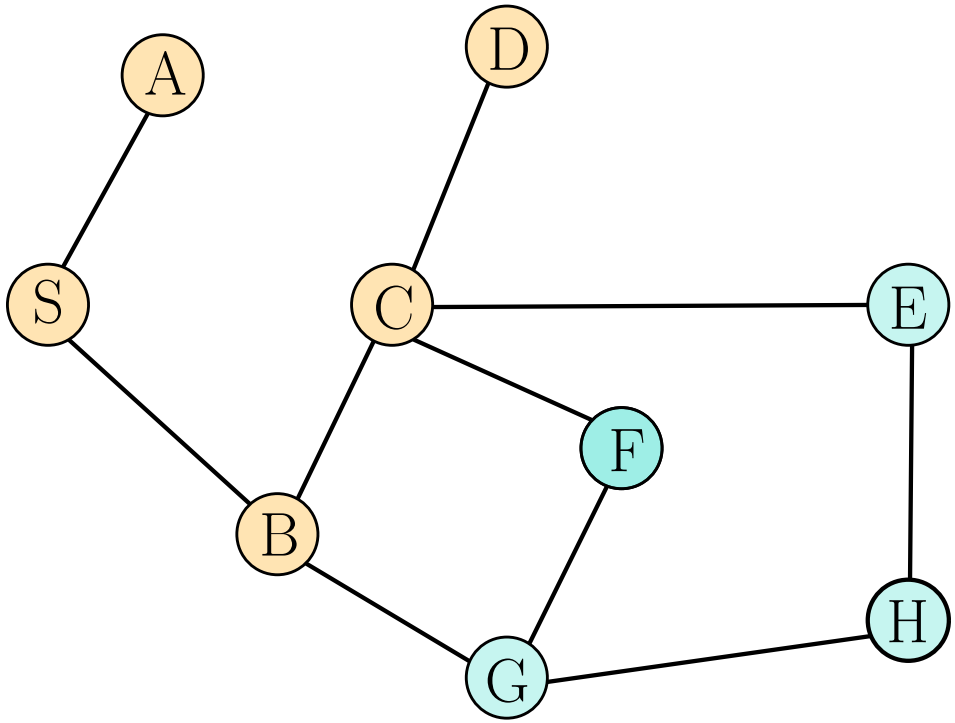
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



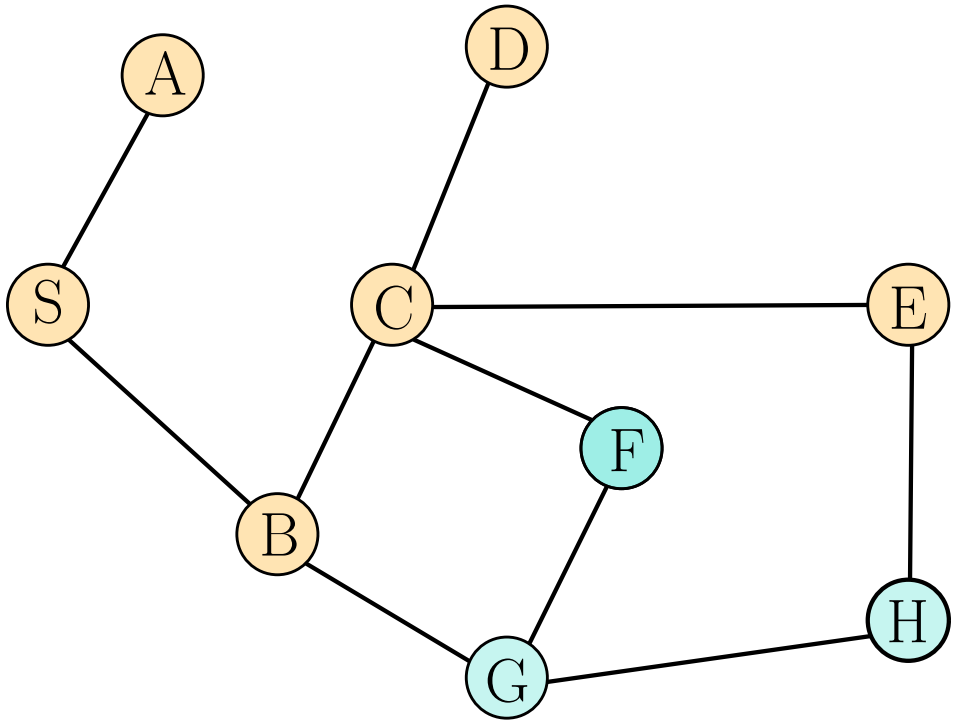
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



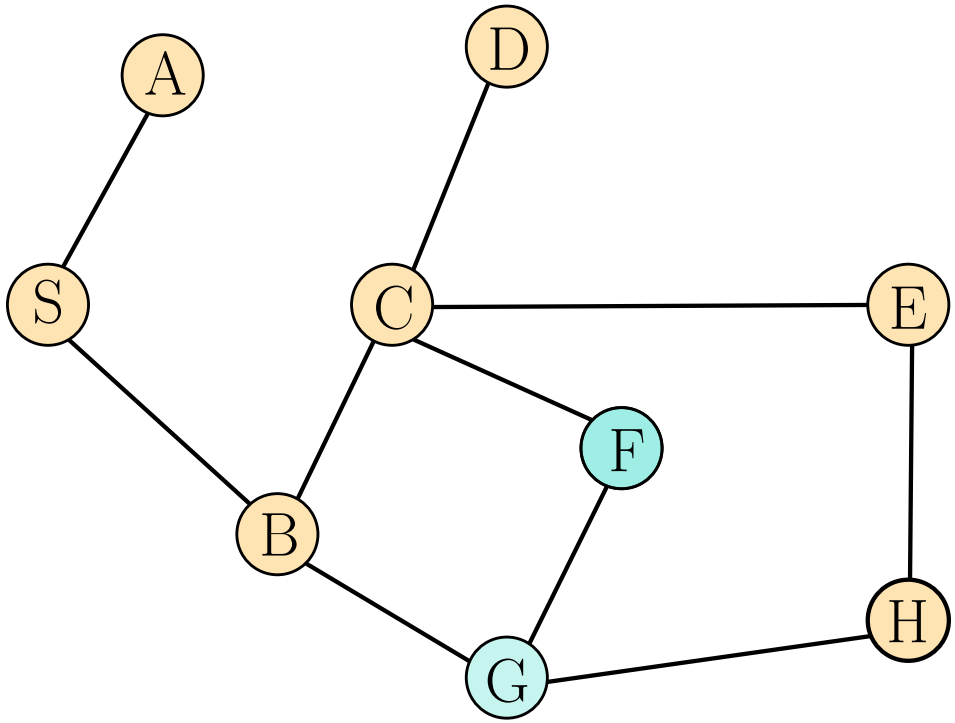
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



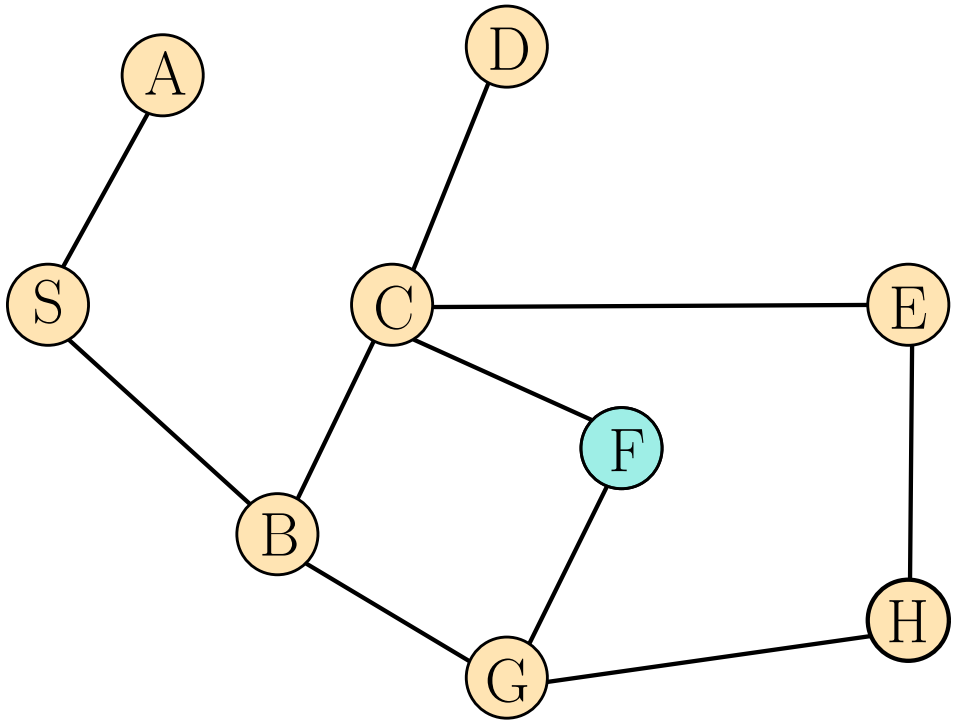
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



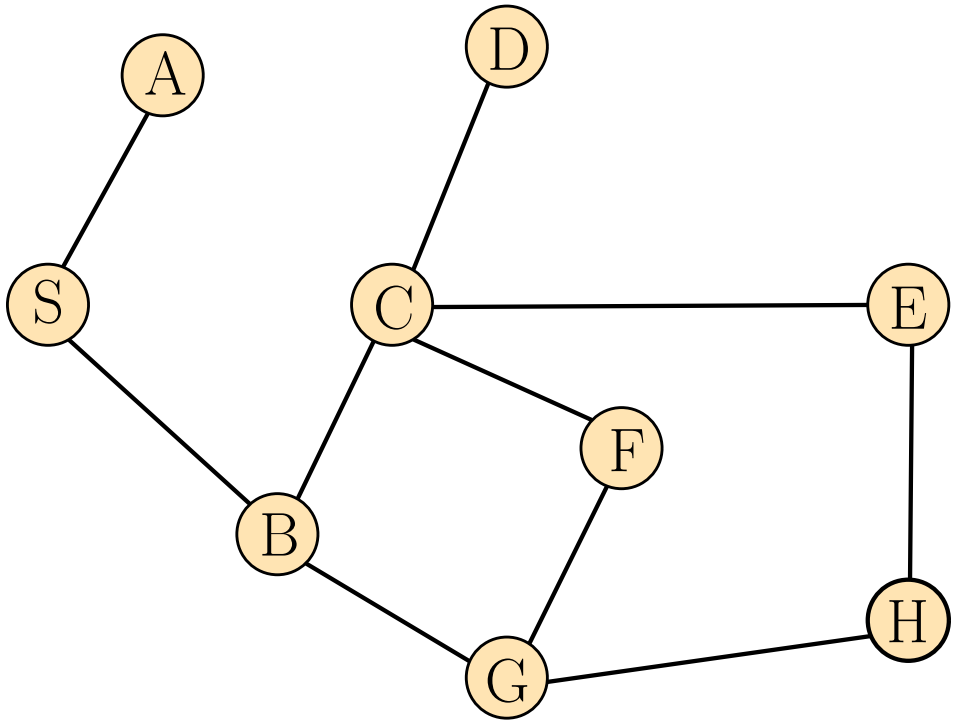
DFS (5): Contoh pada sebuah graf



DFS (5): Contoh pada sebuah graf



DFS (5): Contoh pada sebuah graf



DFS (6): DFS tree

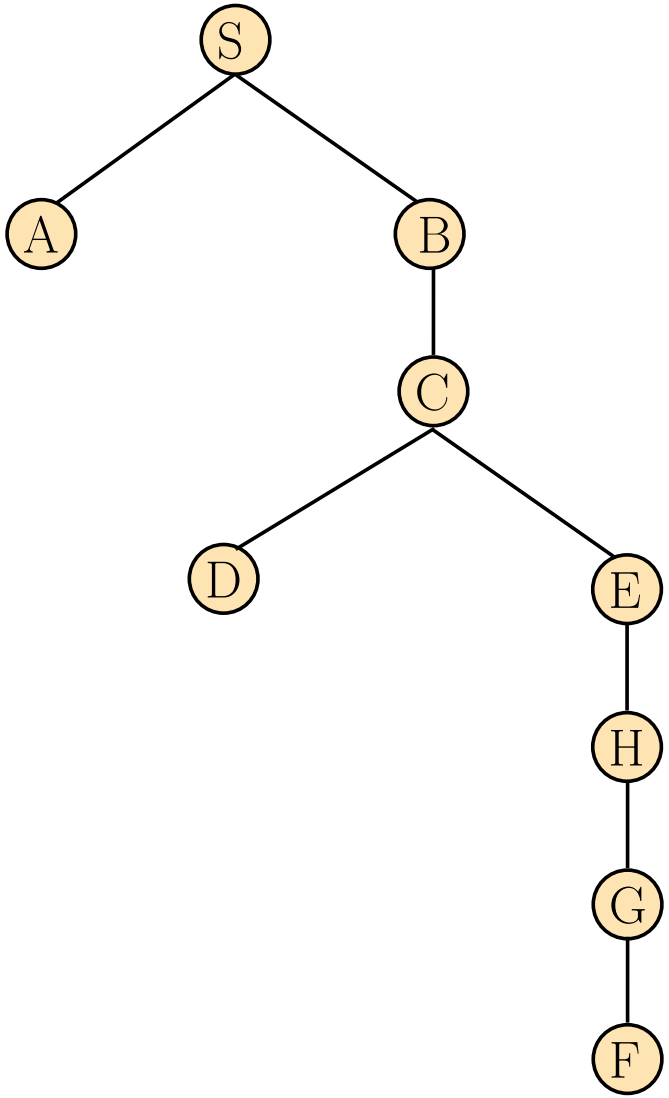


Figure: Tree setelah *running* BFS

Bagian 2. Breadth-First Search (BFS)

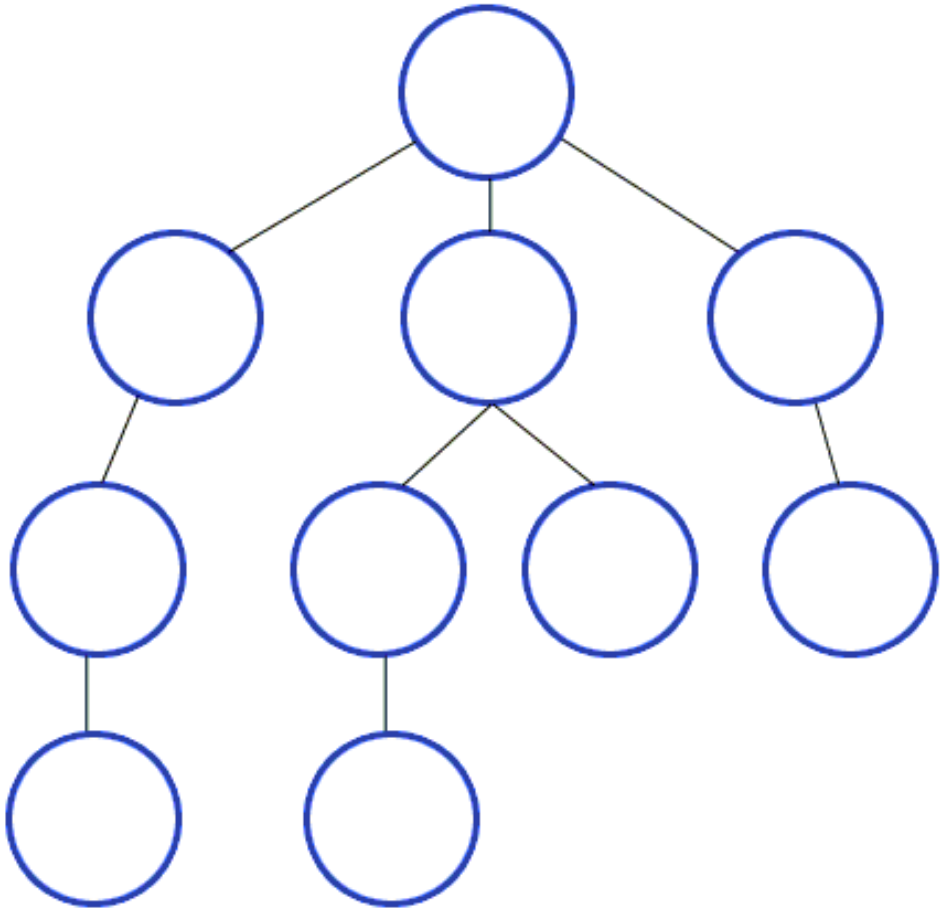
BFS (1): Algoritma

BFS dimulai pada *simpul akar* dan memeriksa semua simpul tetangga.

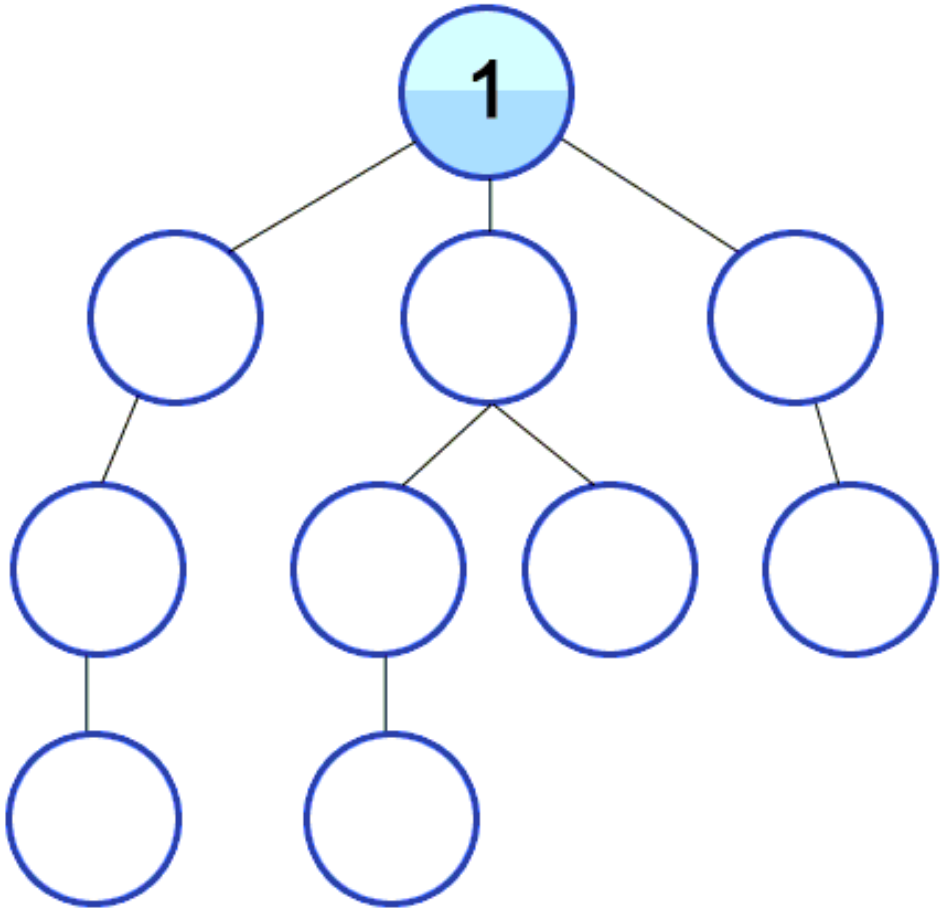
Kemudian untuk masing-masing simpul tetangga, secara bergiliran, ia memeriksa simpul tetangganya yang belum dikunjungi, dan seterusnya.

- Kunjungi simpul v;
- Kunjungi semua simpul yang berdekatan dengan v;
- Kunjungi semua simpul yang belum dikunjungi, dan berdekatan dengan simpul yang baru saja dikunjungi;
- Lanjutkan seperti ini...

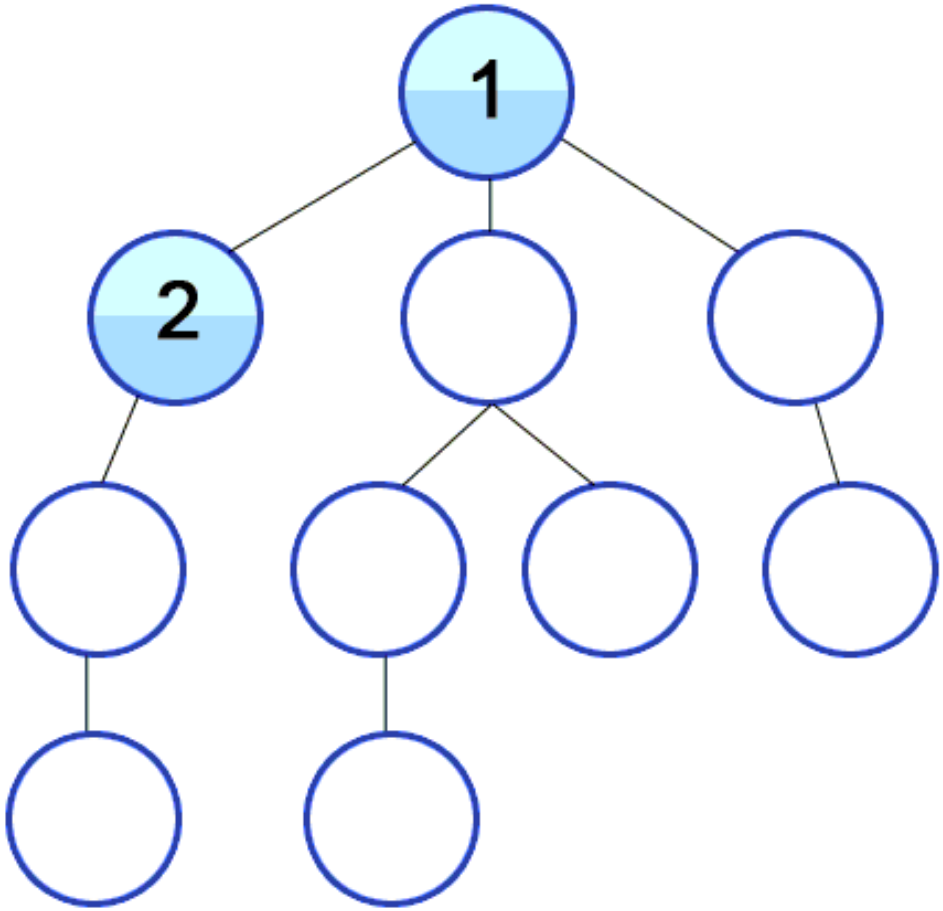
BFS (2): Contoh pada tree



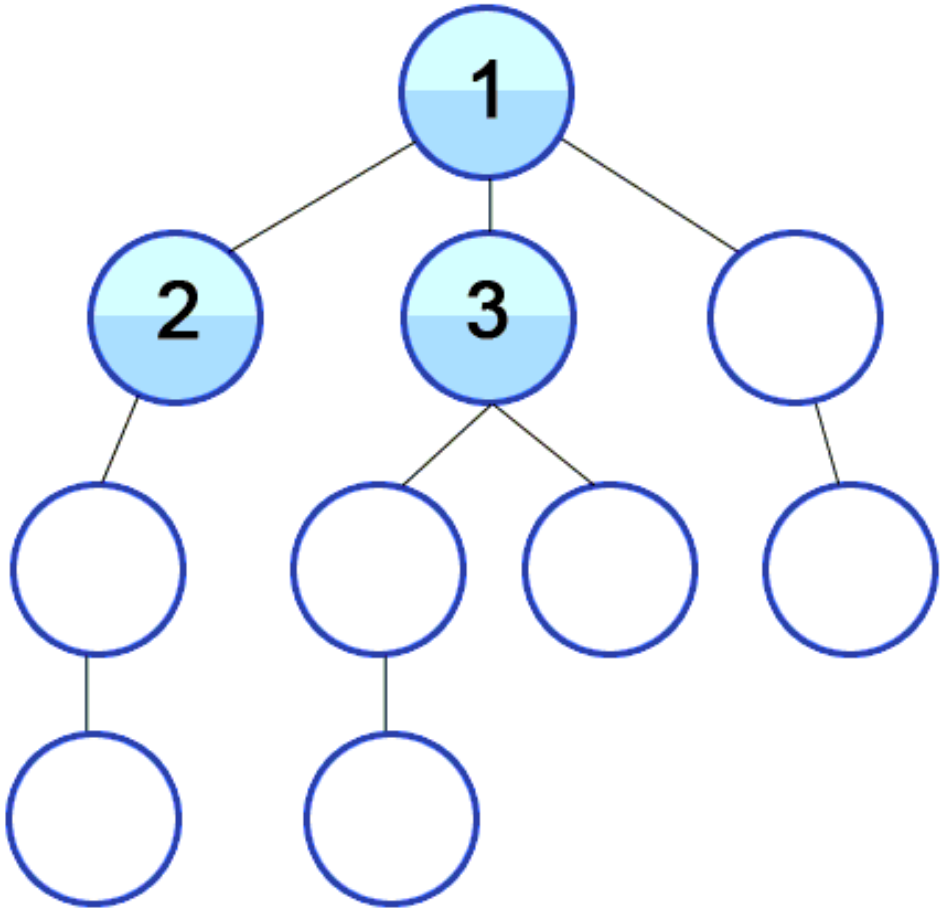
BFS (2): Contoh pada tree



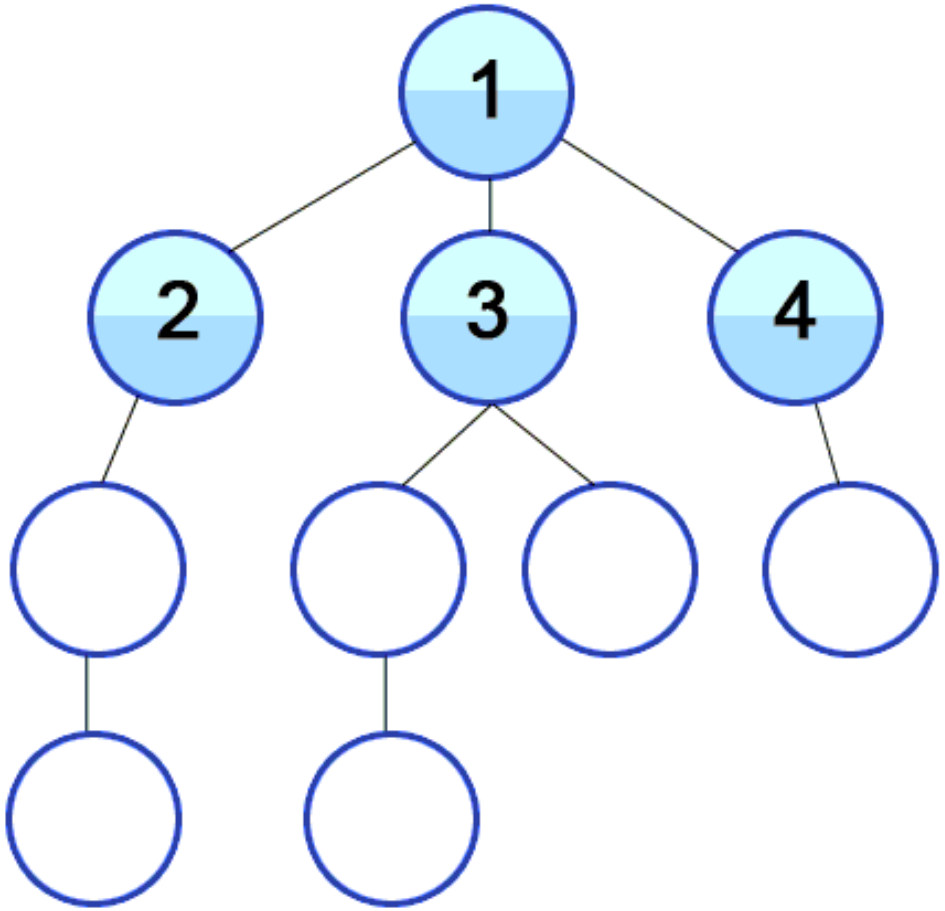
BFS (2): Contoh pada tree



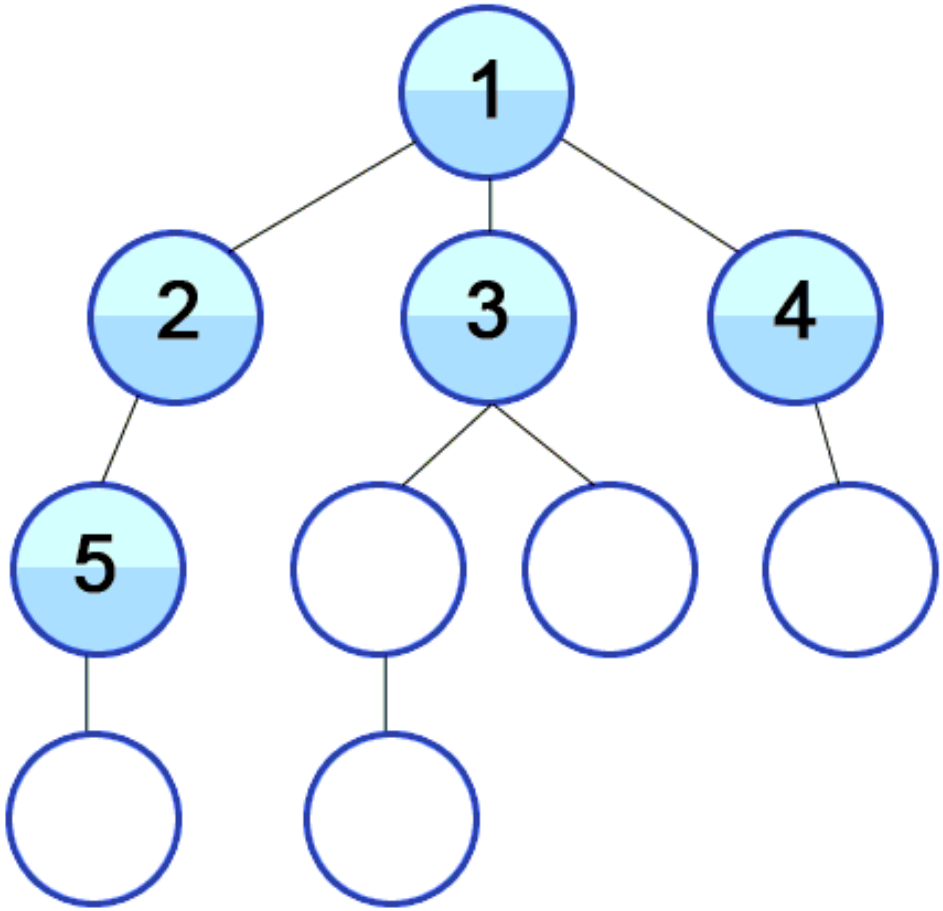
BFS (2): Contoh pada tree



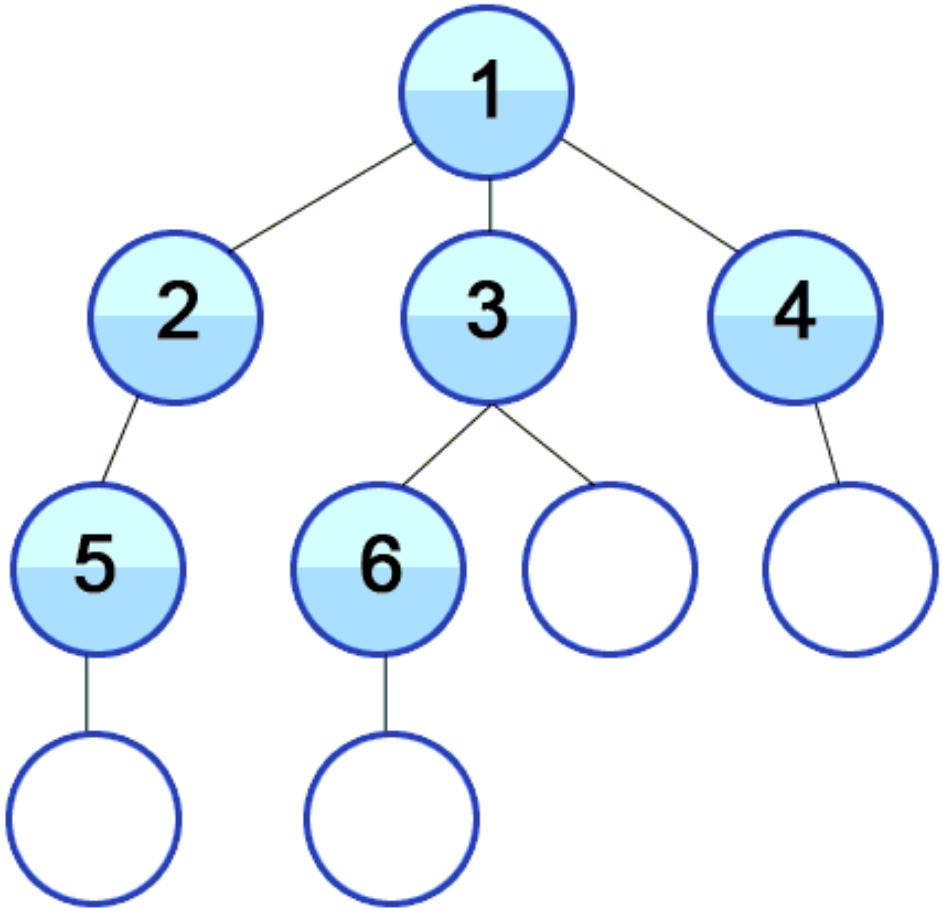
BFS (2): Contoh pada tree



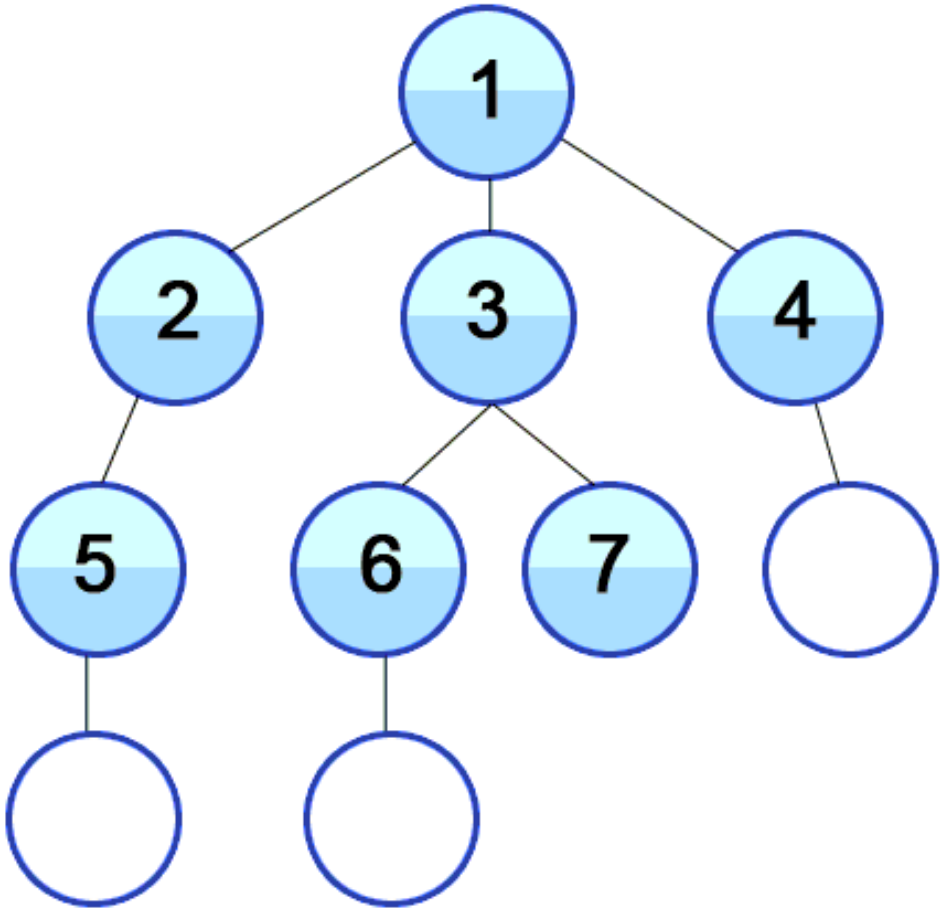
BFS (2): Contoh pada tree



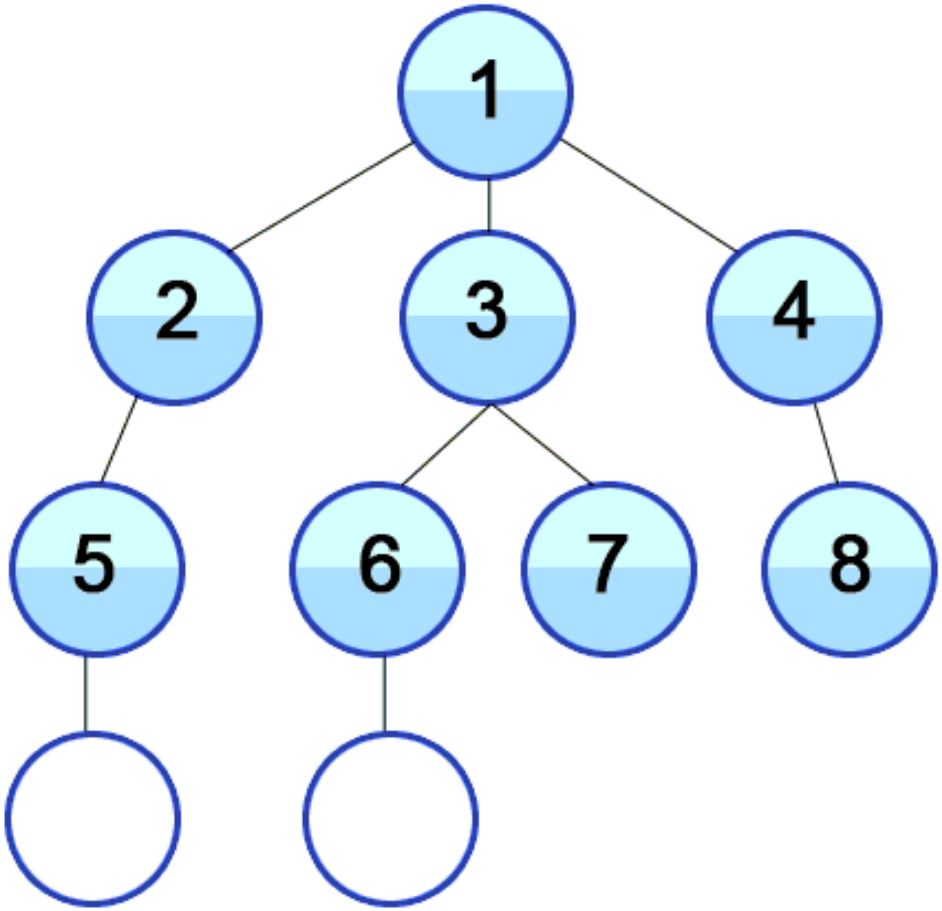
BFS (2): Contoh pada tree



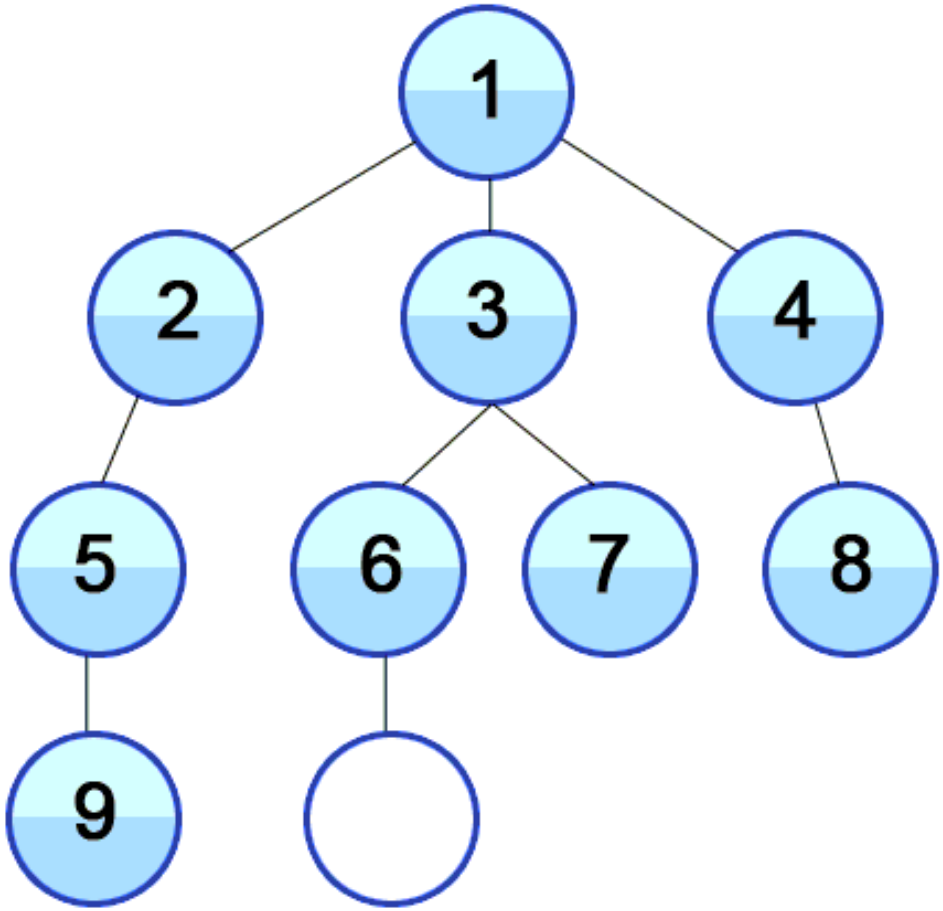
BFS (2): Contoh pada tree



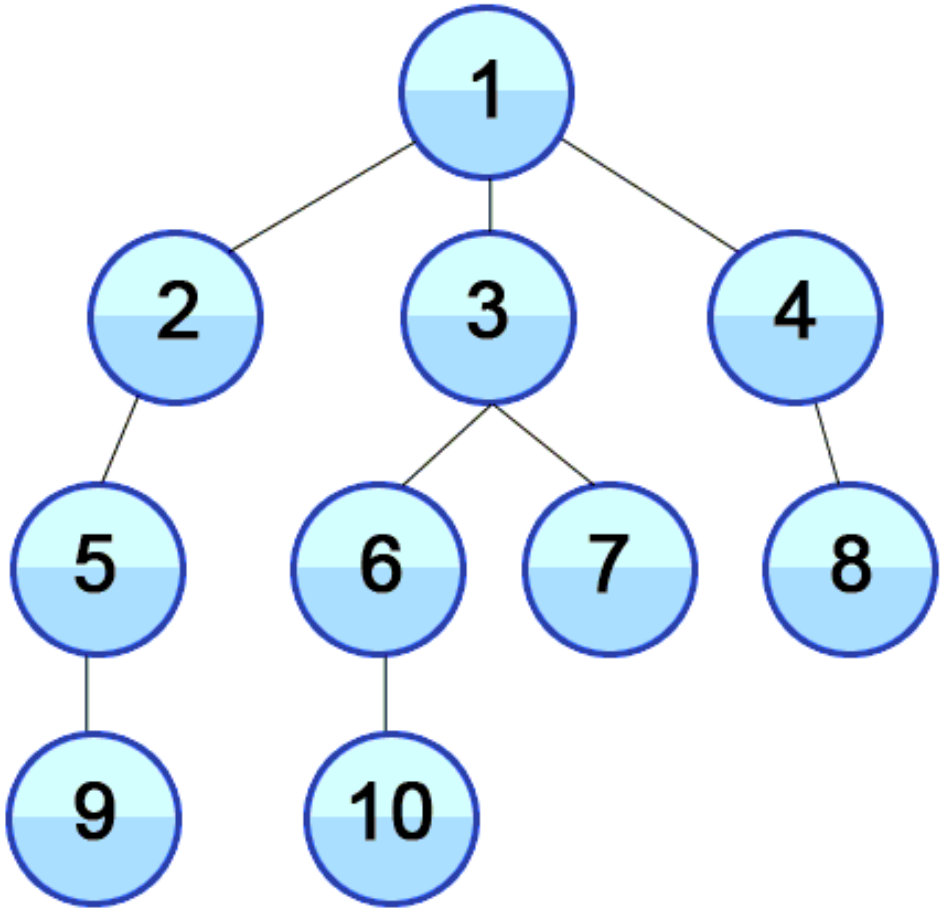
BFS (2): Contoh pada tree



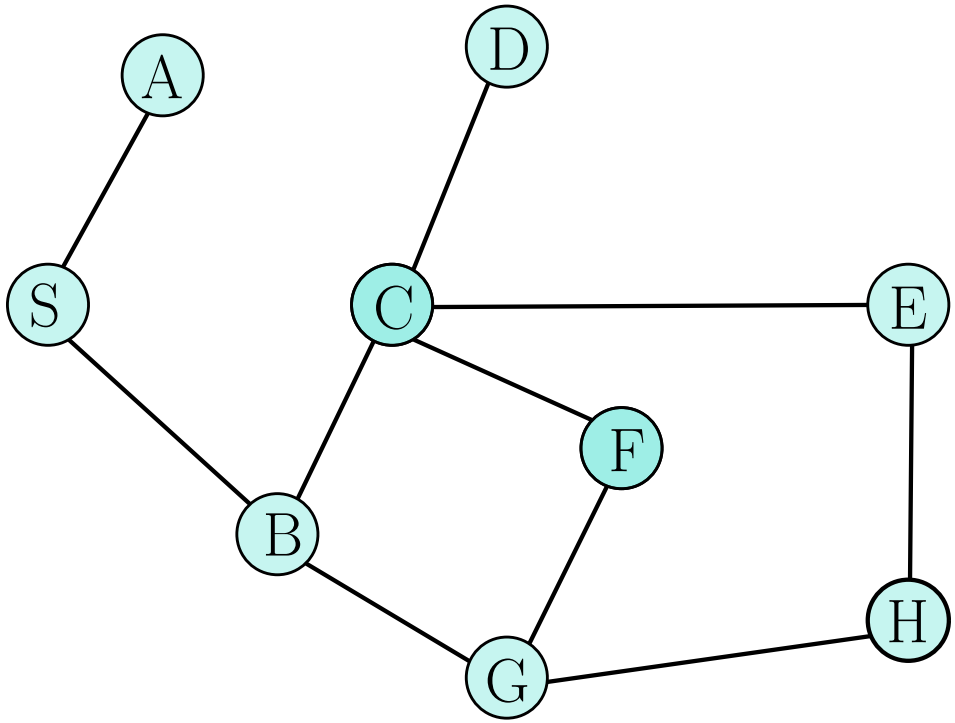
BFS (2): Contoh pada tree



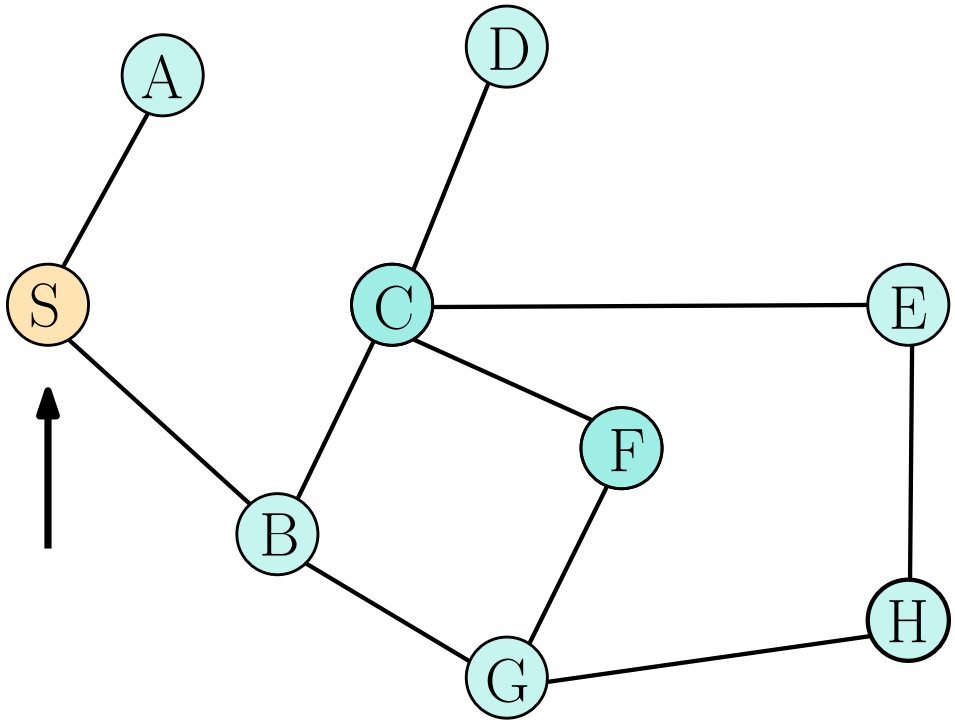
BFS (2): Contoh pada tree



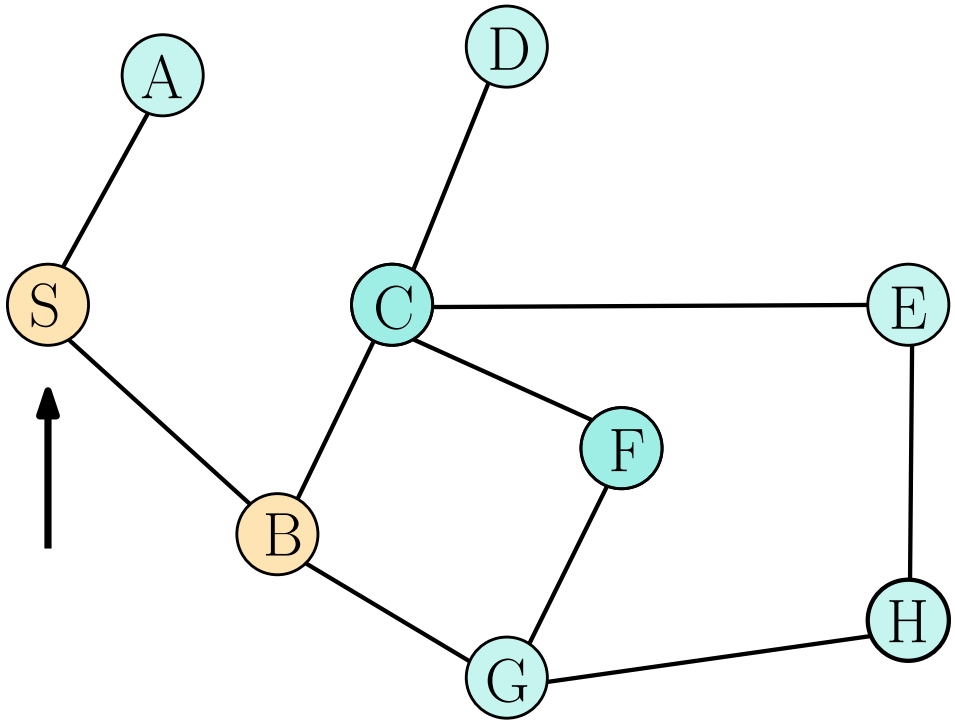
BFS (3): Contoh pada graf



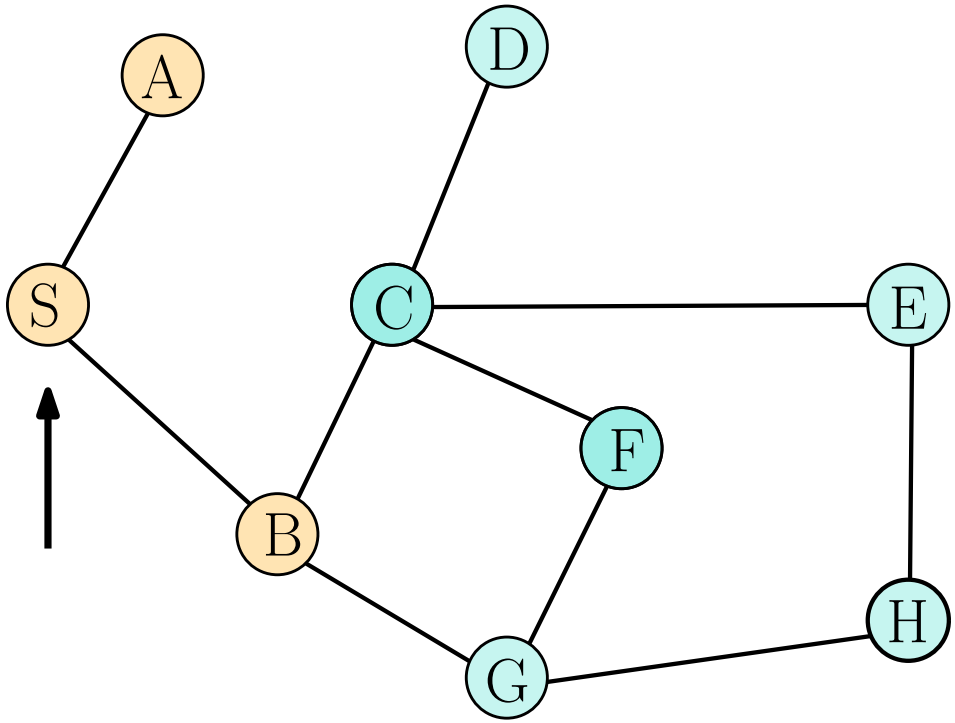
BFS (3): Contoh pada graf



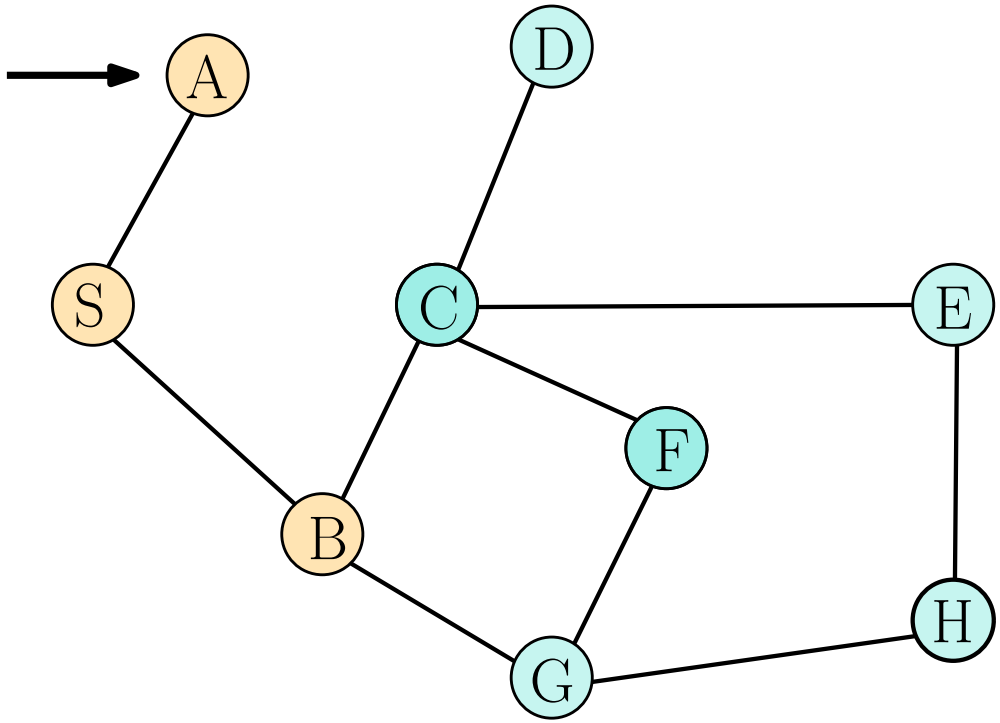
BFS (3): Contoh pada graf



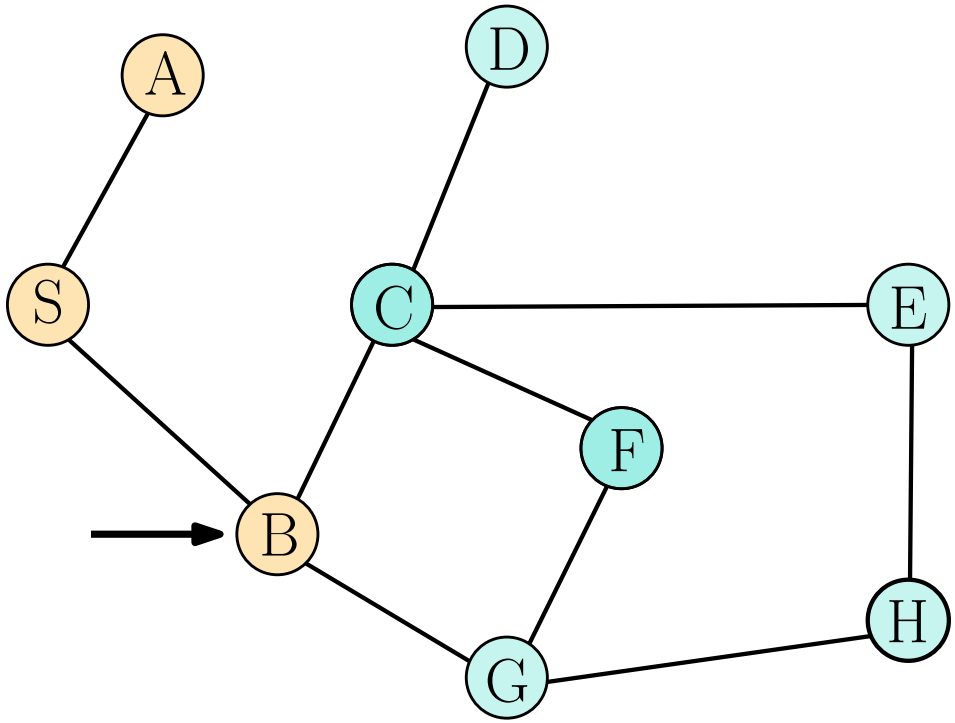
BFS (3): Contoh pada graf



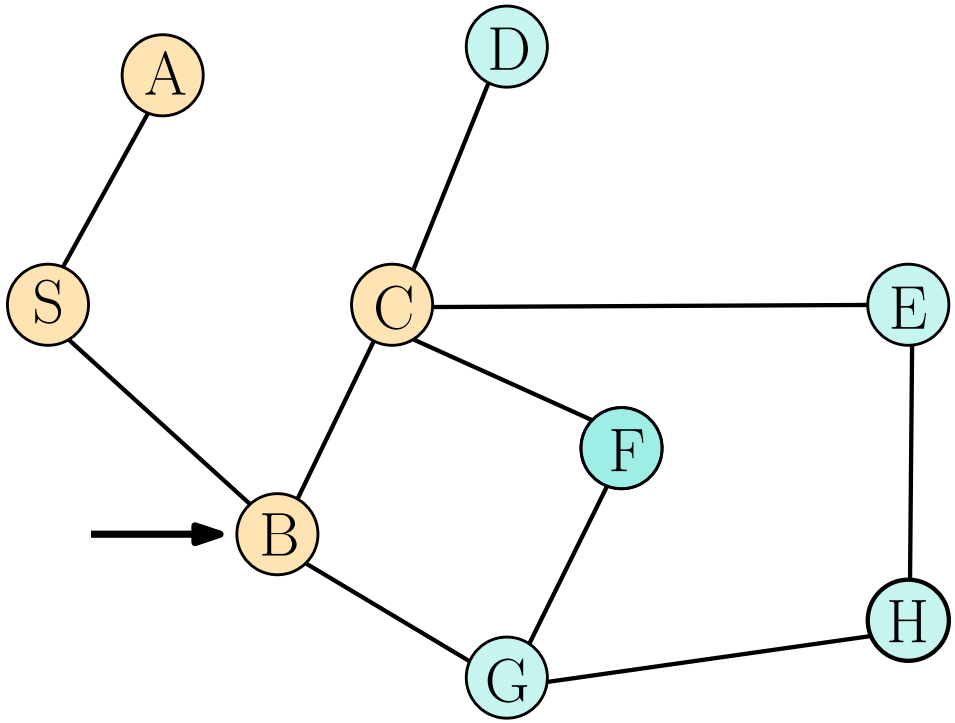
BFS (3): Contoh pada graf



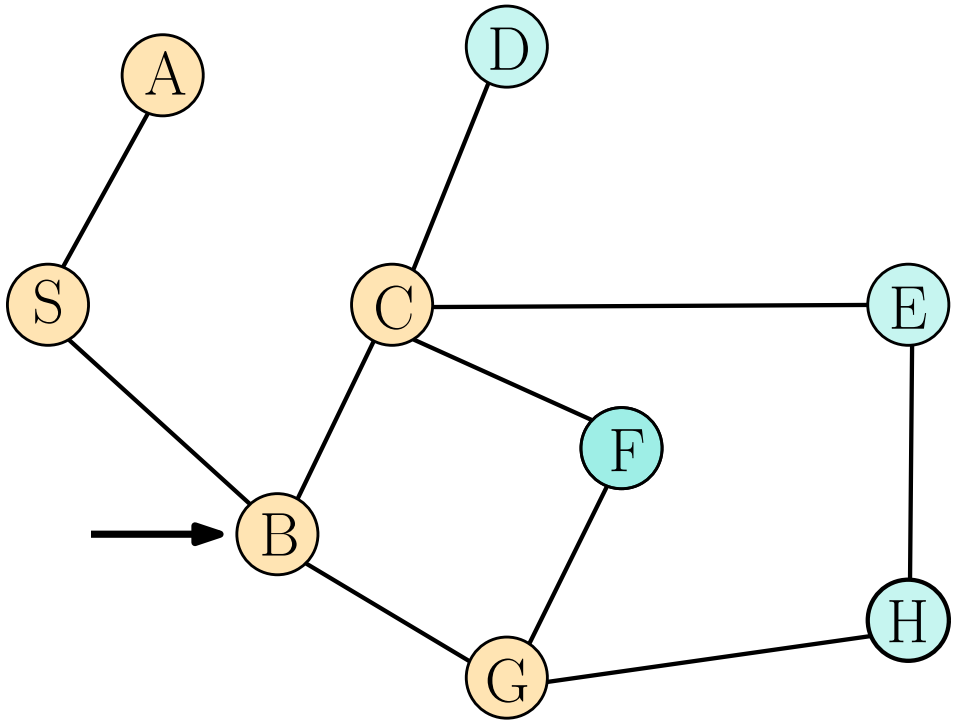
BFS (3): Contoh pada graf



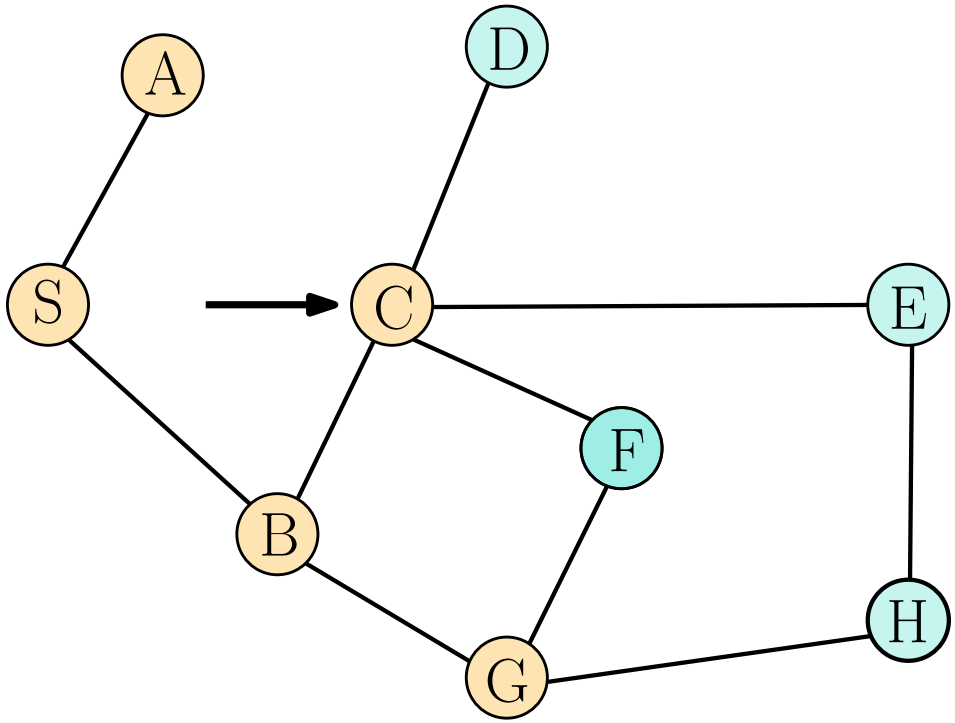
BFS (3): Contoh pada graf



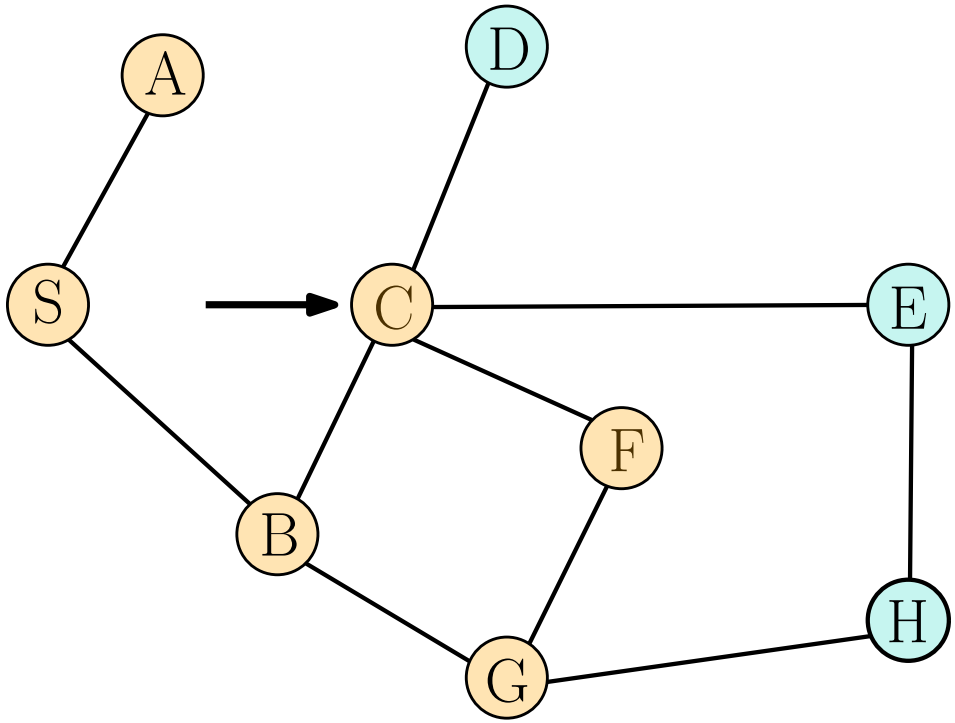
BFS (3): Contoh pada graf



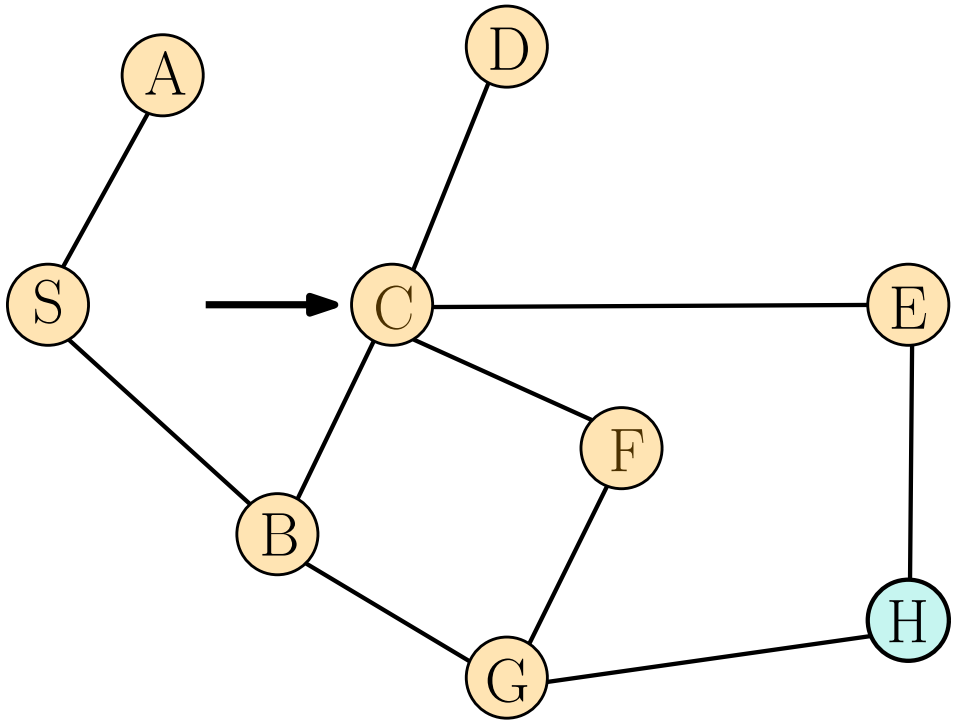
BFS (3): Contoh pada graf



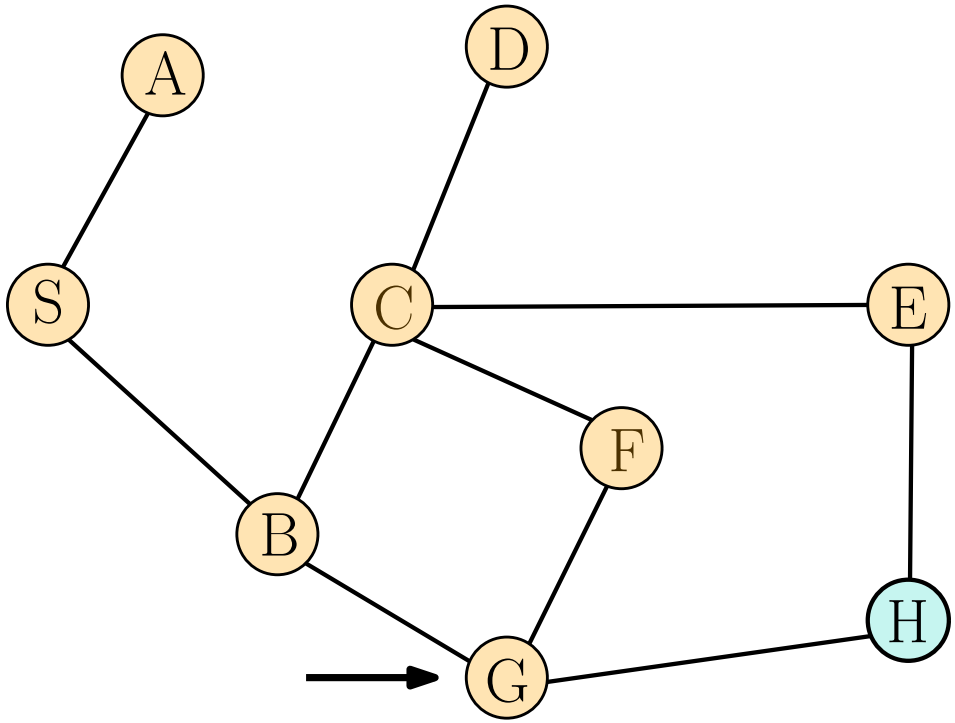
BFS (3): Contoh pada graf



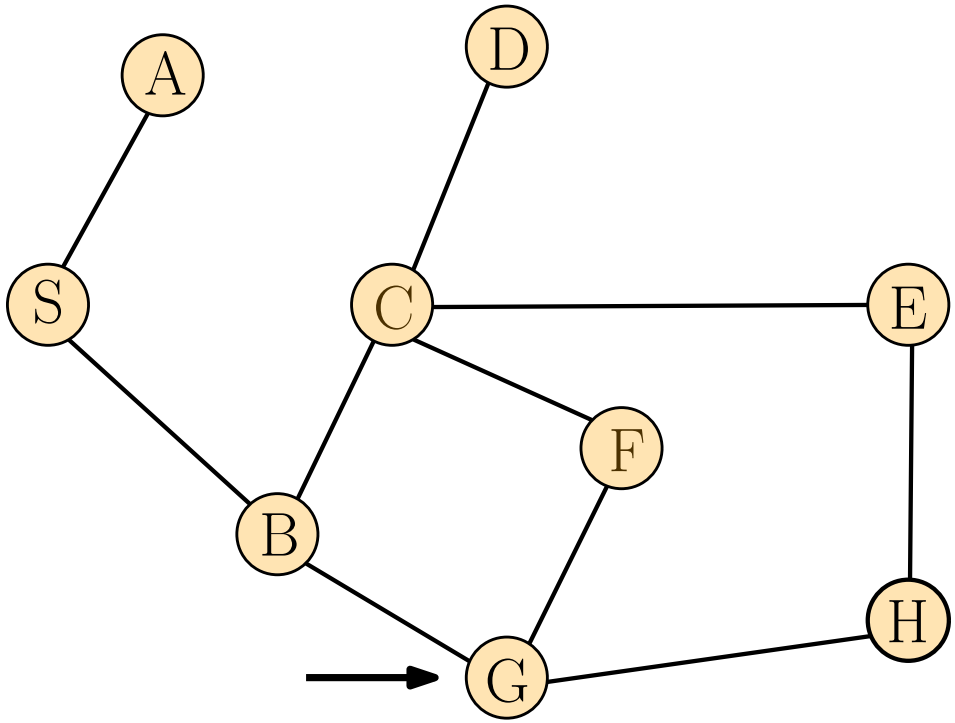
BFS (3): Contoh pada graf



BFS (3): Contoh pada graf



BFS (3): Contoh pada graf



BFS (4): BFS tree

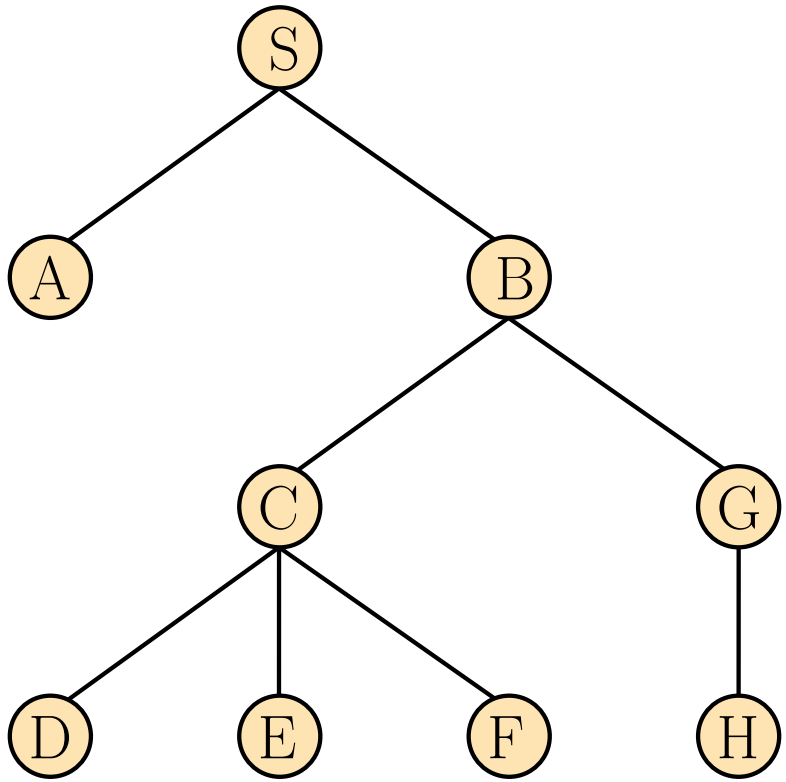


Figure: Struktur graf pohon setelah *running* BFS

BFS (5): Struktur data

1. The adjacency matrix $A = [a_{ij}]$ of size $n \times n$,
   - $a_{ij} = 1$, jika simpul i dan simpul j berdekatan
   - $a_{ij} = 0$, jika simpul i dan simpul j tidak berdekatan
2. Antrian Q untuk menyimpan simpul yang dikunjungi.
3. Boolean array, bernama "Visited", dengan ukuran $1 \times n$
   - visited[i]: *True* jika simpul i telah dikunjungi
   - visited[i]: *False* jika simpul i belum dikunjungi
4. "Visited" juga dapat diatur sebagai array integer, yang menunjukkan urutan simpul yang dikunjungi setelah prosedur BFS diimplementasikan.

BFS (6): Pseudocode (recursive)

Algorithm 3 BFS in a graph

```
1: procedure BFS(G)
2:     input: graf G = (V, E)
3:     output: graf G dengan V(G) ditandai dengan bilangan bulat berurutan yang
       menunjukkan urutan BFS
4:     count ← 0
5:     initialize array visited = [ ]
6:     for v ∈ V do
7:         visited[v] = 0
8:     end for
9:     for v ∈ V do
10:        if visited[v] = 0 then
11:            BFS(v)
12:        end if
13:    end for
14:    return visited
15: end procedure
```

BFS (7): Pseudocode

Algorithm 4 BFS a vertex

```
1:  procedure BFS(v)
2:      count ← count + 1
3:      visited[v] = count
4:      initialize queue Q = [v]          ▷ Q is the list of vertices whose neighbors may need to be visited
5:      while Q ≠ [ ] do
6:          for w ∈ N(Q[0]) do            ▷ Q[0] is the first element in the queue Q
7:              if visited[w] = 0 then
8:                  count ← count + 1
9:                  visited[w] = count
10:                 add w to Q            ▷ w is put as the last element of the array Q
11:             end if
12:         end for
13:         remove Q[0] from Q
14:     end while
15: end procedure
```

Penerapan DFS dan BFS

Bagian 3. Graf dinamis (*dynamic graph*)

Graf dinamis

Graf: $G(V, E)$, dimana V adalah himpunan simpul, dan E adalah himpunan sisi.

Graf dinamis: $G = (G_1, G_2, \ldots, G_t)$ dimana $G_t = (V_t, E_t)$ dan adalah ukuran graf pada waktu t.

- Pada graf dinamis, simpul baru dapat dibentuk dan membuat tautan dengan simpul yang sudah ada; atau simpul bisa hilang, sehingga mengakhiri tautan yang ada.

Mengapa graf dinamis dibutuhkan?

- Situasi di dunia nyata yang dimodelkan dengan graf bisa sangat kompleks. Grafnya **tidak statis** dan dapat **berkembang sepanjang waktu**.

Contoh graf dinamis

Evolusi social network

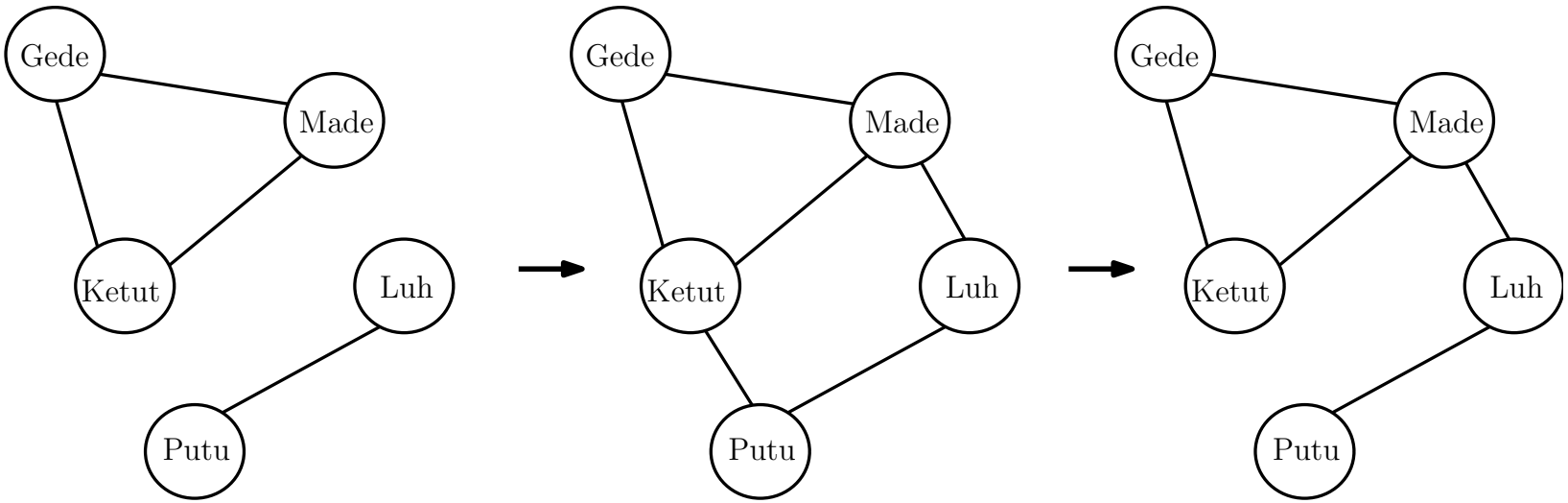


Figure: Evolusi *social network* (source: `towardsatascience.com`)

- Evolusi menunjukkan 3 snapshot pada 3 titik waktu
- Beberapa pertemanan baru dibuat dan beberapa pertemanan putus
- Terdapat simpul masuk baru (orang yang bergabung dengan jaringan) dan beberapa simpul keluar (orang yang keluar dari jaringan)

Solusi pencarian dengan DFS/BFS

Pencarian solusi → membuat dynamic tree

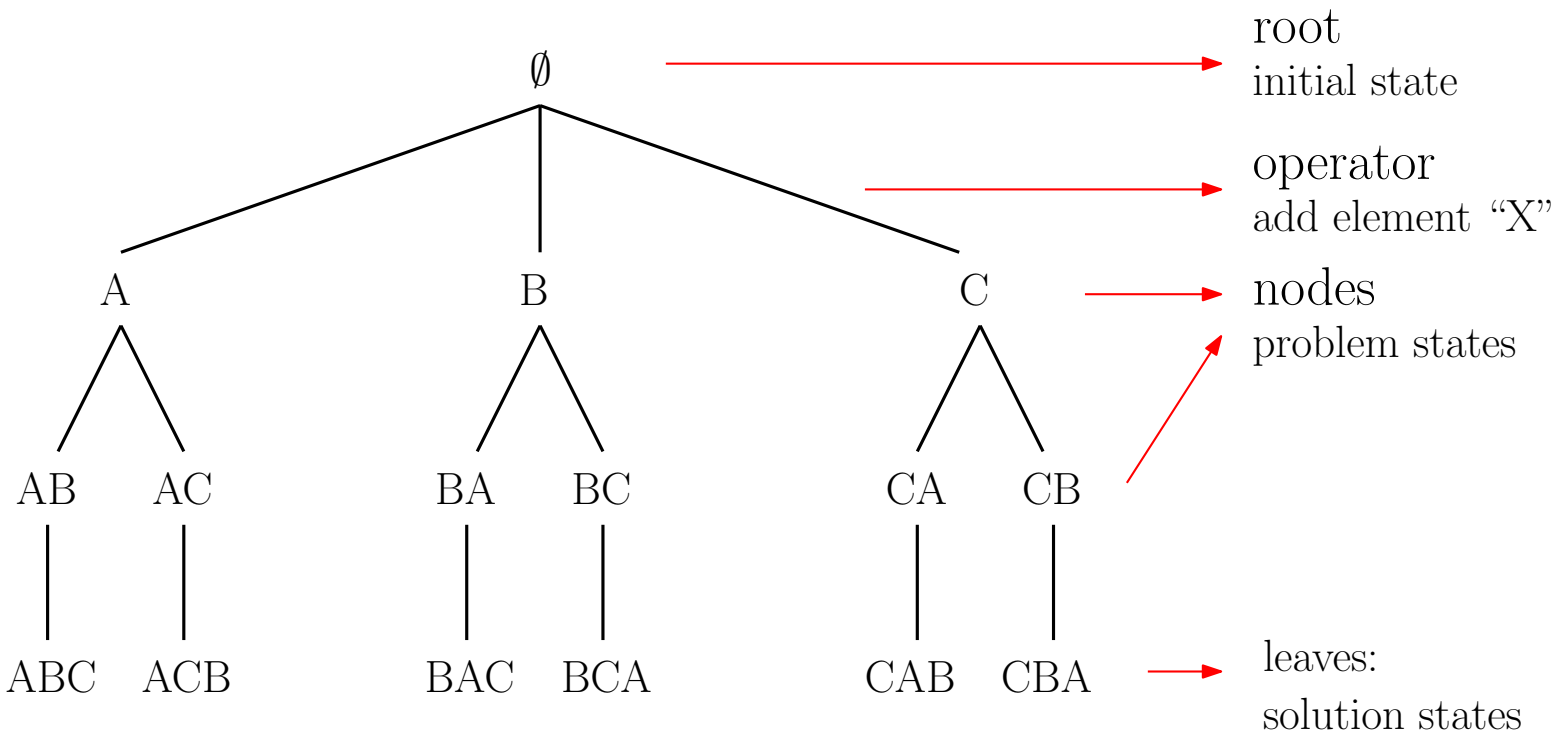
- Setiap simpul diperiksa, untuk melihat apakah solusi (tujuan) diperoleh.
- Jika simpul adalah solusi, pencarian selesai (untuk satu solusi); atau dilanjutkan untuk mencari solusi lain.

Representasi pohon dinamis

- **State-space tree**: pohon ruang status
- Setiap simpul mewakili status masalah
  - **Root**: initial state
  - **Leaves**: solution/goal state
- **Branch**: operator/operasi
- **State space**: himpunan semua simpul
- **Solution space**: himpunan status solusi

Solusi masalah dalam pohon dinamis ditampilkan menggunakan lintasan dari simpul akar ke simpul status solusi.

Contoh *state-space tree*: Permutasi



Solution space: set of all solution states

State space: all nodes in dynamic tree

Figure: State space tree dari "Permutasi A, B, C"

BFS untuk membangun state-space tree

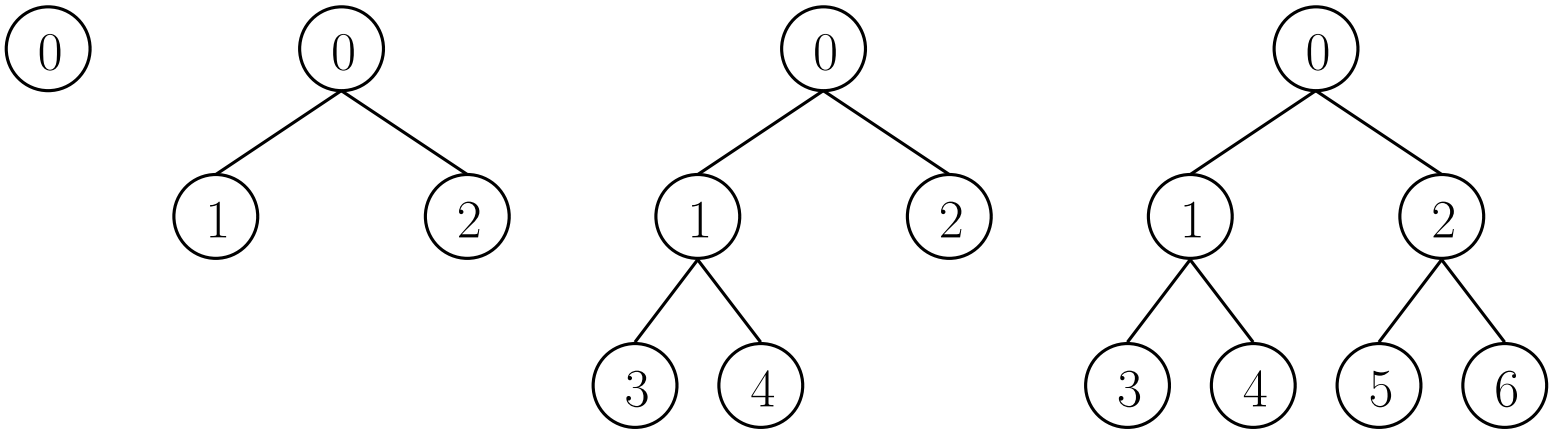
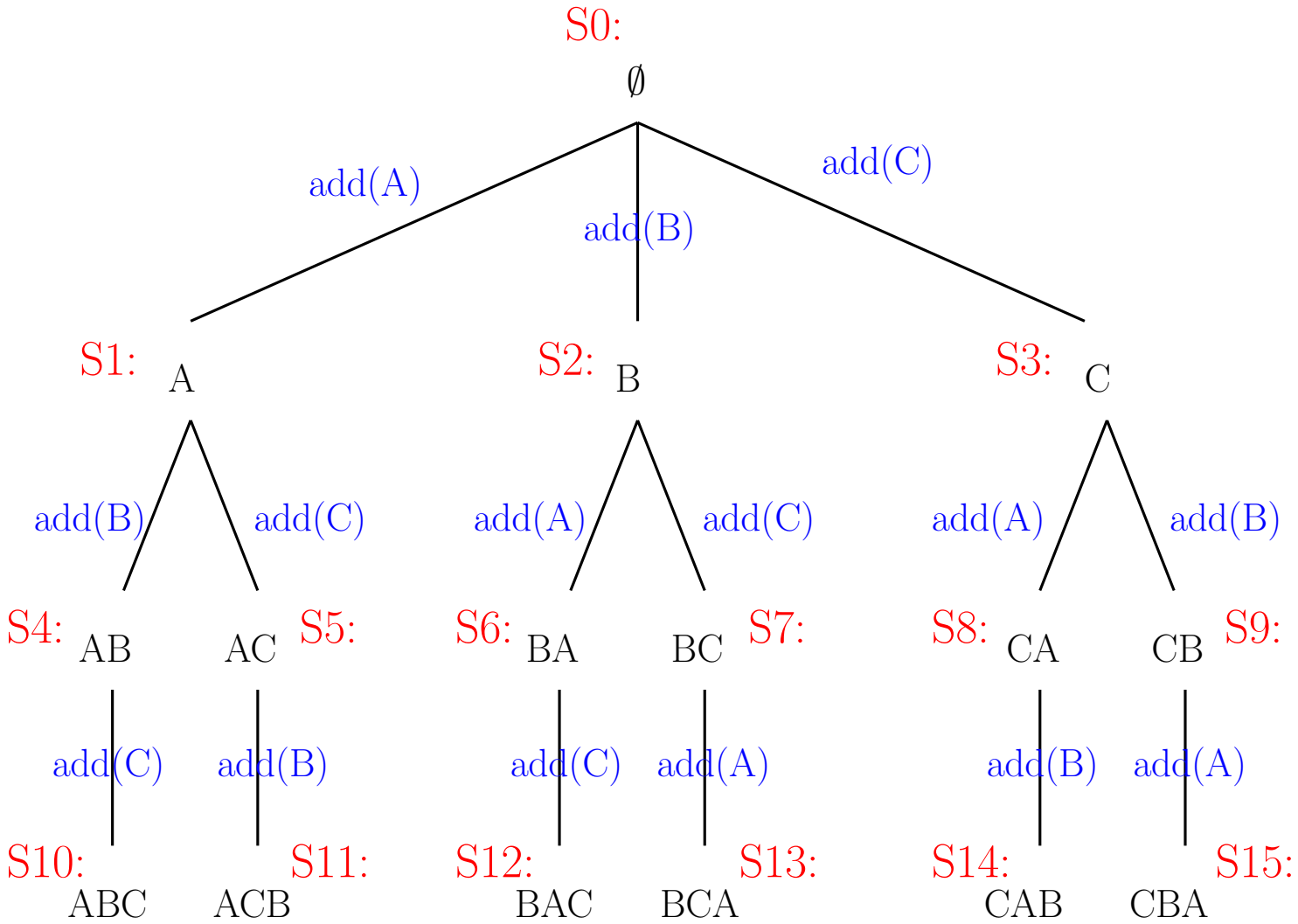


Figure: State space tree dari "Permutasi A, B, C"

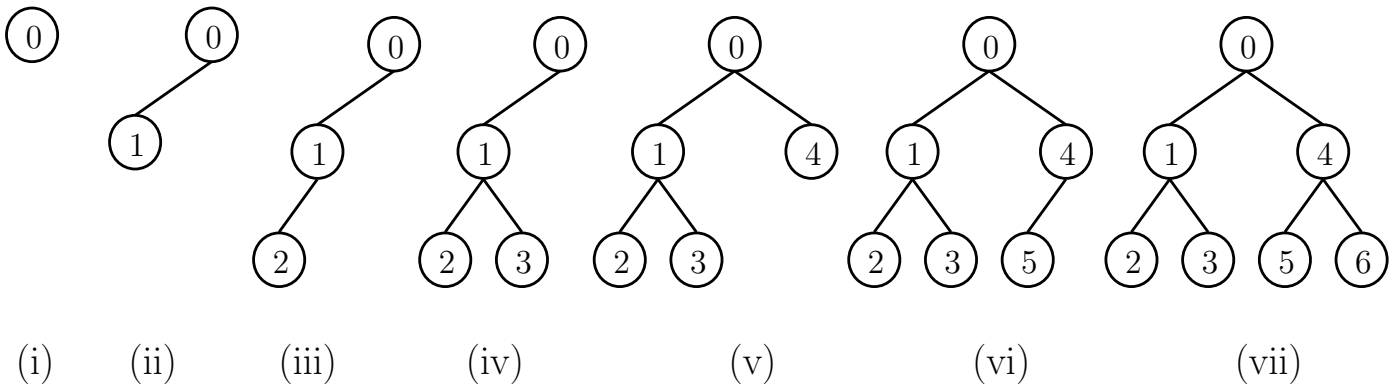
- Inisialisasi keadaan awal sebagai akar (*root*), tambahkan simpul anak.
- Semua simpul pada level d dibangun sebelum membangun simpul pada level $d + 1$.

DFS untuk membangun state-space tree



DFS untuk membangun state-space tree

DFS



BFS

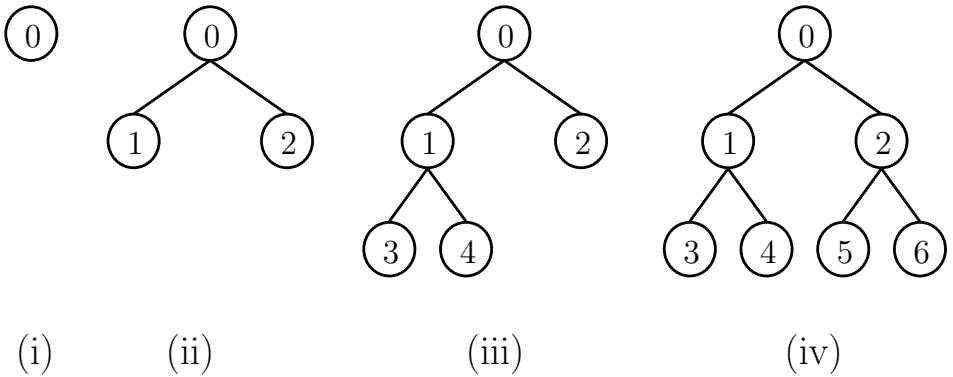
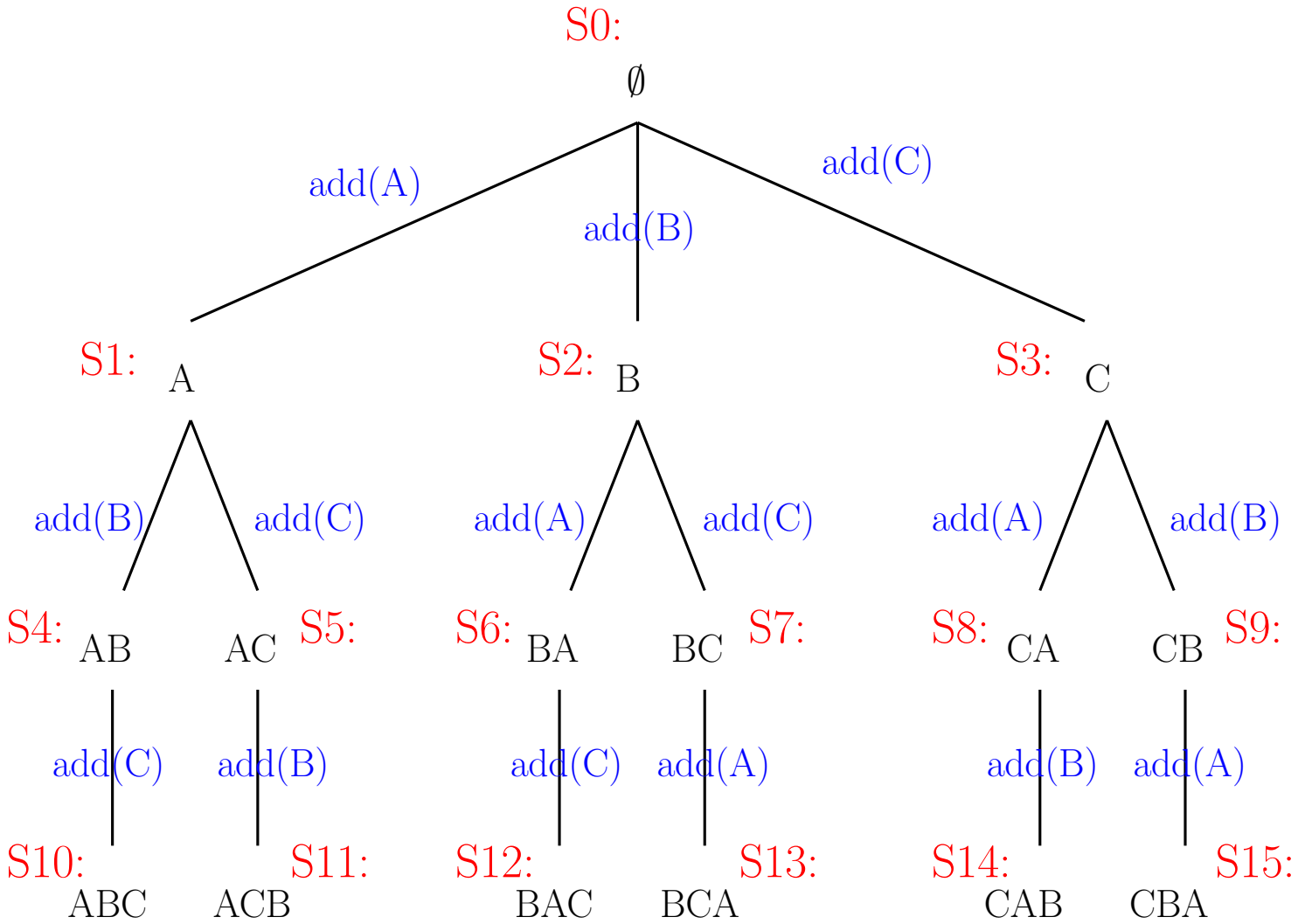
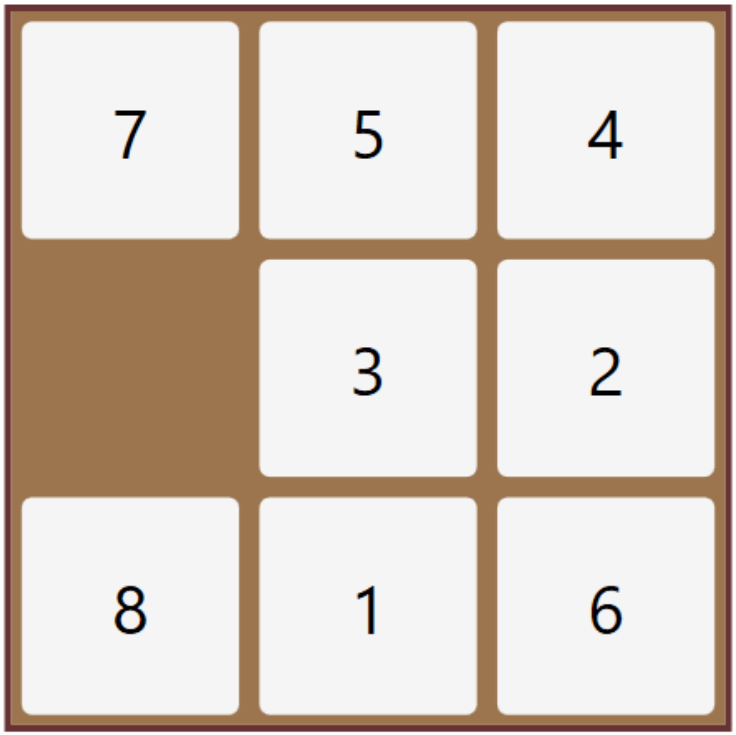


Figure: Konstruksi state space tree - DFS vs BFS

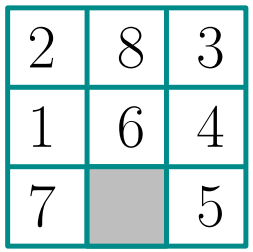
BFS untuk membangun state-space tree



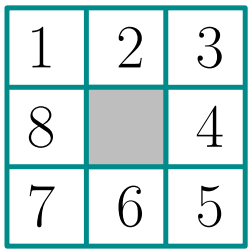
Bagian 4. 8-puzzle game



Merancang DFS/BFS untuk 8-puzzle



initial state

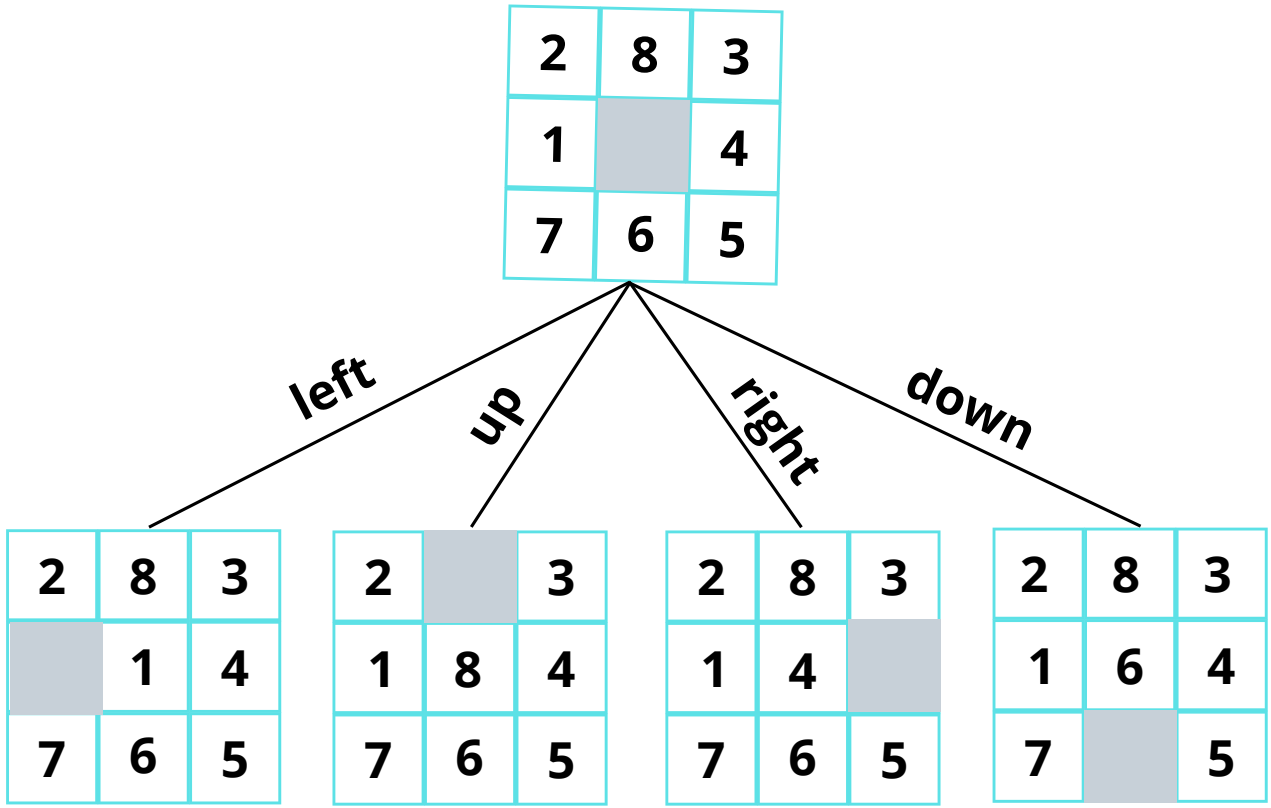


goal state

- **State**: status ditentukan berdasarkan posisi *kotak kosong*

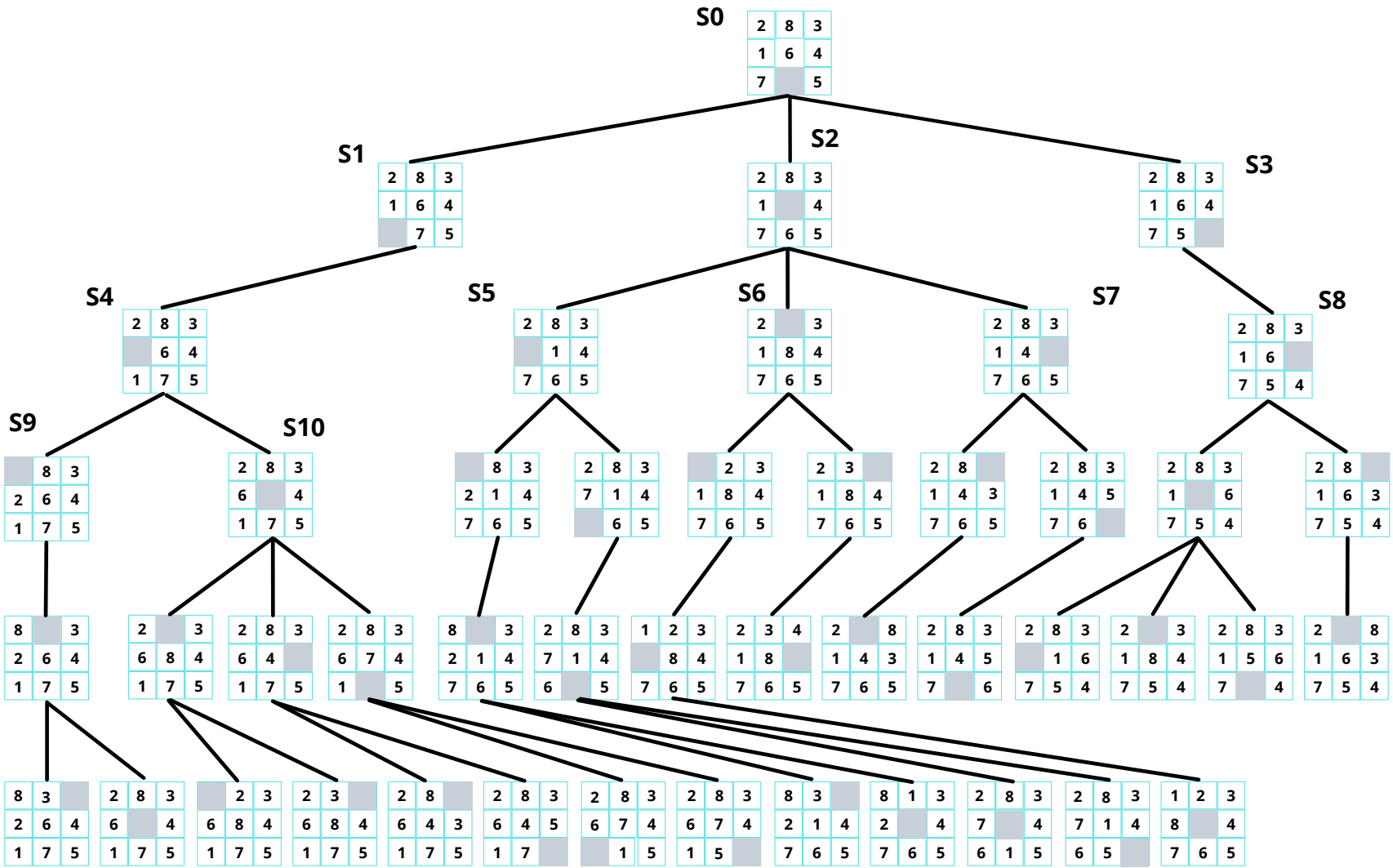
Merancang DFS/BFS untuk 8-puzzle

- **Operator**: **up**, **down**, **left**, **right**

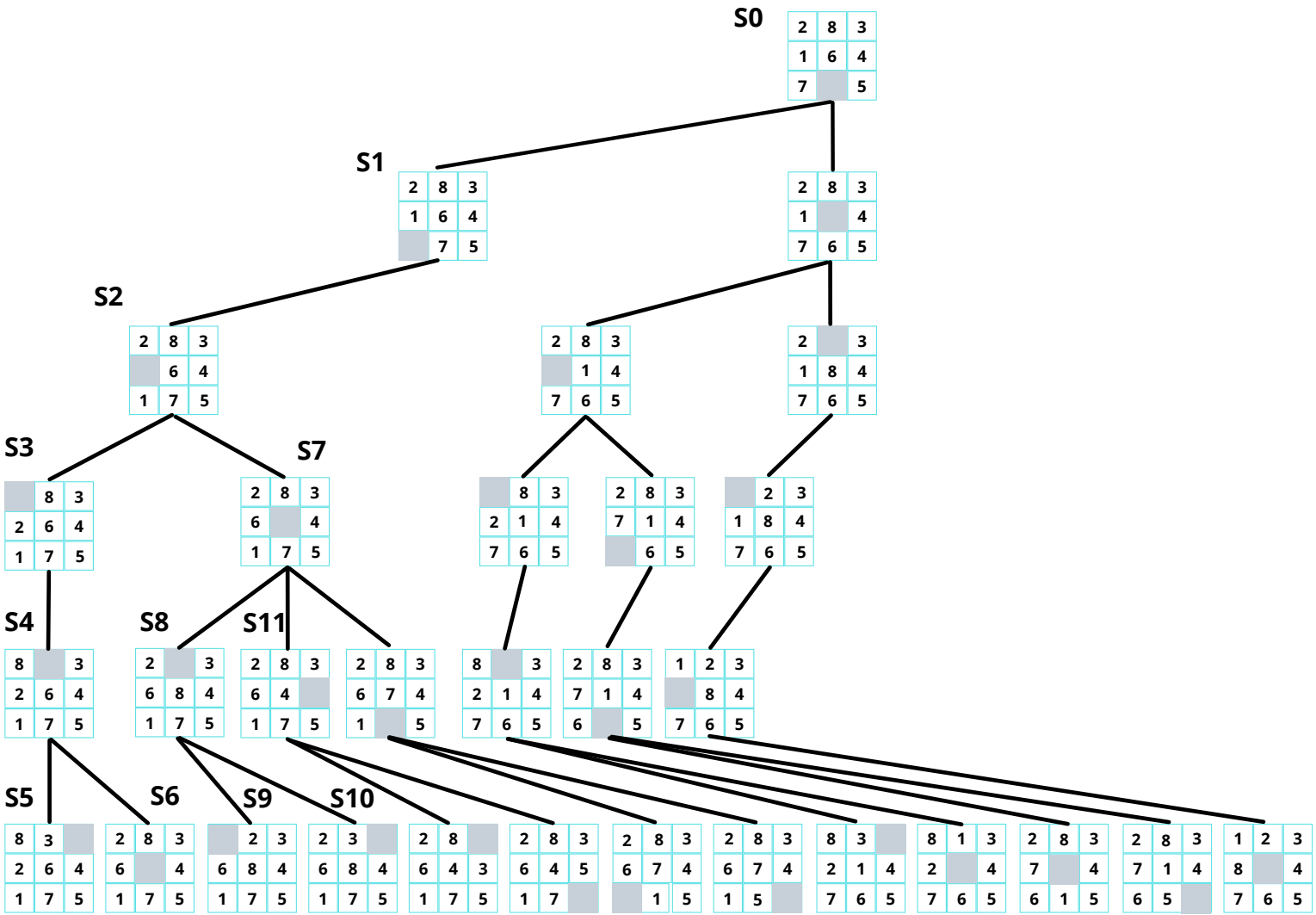


Catatan: saat membuat pohon ruang keadaan, urutan operator harus konsisten

BFS state-space tree untuk 8-puzzle game



DFS state-space tree untuk 8-puzzle game



Bagian 5. Efisiensi BFS & DFS

Efisiensi of DFS and BFS

- **Completeness**: jika solusinya ada, apakah algoritma menjamin bahwa solusi optimal ditemukan?
- **Optimality**: apakah algoritma menjamin solusi yang diperoleh optimal (misal: *lintasan solusi memiliki biaya terendah*)
- Kompleksitas **waktu & ruang**

Kompleksitas waktu dan ruang diukur berdasarkan faktor-faktor berikut:

- b (*branching factor*): jumlah maksimum kemungkinan cabang dari sebuah simpul
- d (*depth*): kedalaman solusi terbaik (lintasan dengan bobot/*cost* terendah)
- m: kedalaman maksimum ruang status (mungkin bernilai ∞)

Efisiensi BFS

- **Completeness**: YA selama b dibatasi (berhingga/*finite*)
- **Optimality**: YA jika biaya ditentukan oleh *jumlah langkah*
- **Time complexity**: $1 + b + b^2 + b^3 + \cdots + b^d = \mathcal{O}(b^d)$
- **Space complexity**: $\mathcal{O}(b^d)$, karena kita harus menyimpan semua status di setiap kedalaman.

Efisiensi DFS

- **Completeness**: YA selama b dibatasi (berhingga/*finite*), dan "lintasan berlebih (*redundant*)" dan "lintasan berulang" ditangani.
- **Optimality**: TIDAK SELALU, karena kita mungkin akan melintasi banyak negara bagian sebelum mencapai solusi.
- **Time complexity**: $\mathcal{O}(b^m)$, karena kita harus membuat status berdasarkan kedalaman.
- **Space complexity**: $\mathcal{O}(bm)$, karena kita hanya menyimpan status yang mengarah ke solusi.

end of slide...