
TD 11 – Continuous Distribution

Exercice 1.*Aiguille de Buffon**Aiguille de Buffon*¹

Given a needle of length α dropped on a plane ruled with parallel lines ℓ units apart, what is the probability that the needle will touch a line upon landing?

1. Propose a model for this problem
2. Solve the problem assuming $\alpha \leq \ell$
3. Solve the problem assuming $\alpha > \ell$
4. Maintenant qu'on a jeté les aiguilles, il ne reste plus qu'à jeter les ficelles. Une fois tombée à terre, la ficelle va former une courbe quelconque de longueur a dans le plan formé par le parquet, et on va s'intéresser cette fois au nombre de points d'intersection entre la ficelle et les rainures du parquet.
Calculer l'espérance du nombre de points d'intersection en fonction de la longueur de la ficelle.
Indice : on pourra approximer la ficelle par une succession de petits segments.

Exercice 2.*SumExponential*

Let X and Y be independent exponential random variables with parameters μ and ν . Compute the density of $X + Y$.

Exercice 3.*Drink*

We agree to try to meet between midnight and 1 a.m. at our favorite bar. Because of our busy schedules, neither of us is sure when we arrive: we assume that, for each of us, our arrival time is uniformly distributed over the hour. So that neither of us has to wait too long, we agree that we will each wait exactly 10 minutes for the other to arrive, and then leave.

1. Using calculus, find the probability that we will meet.
2. Propose an alternative solution using geometry.

Exercice 4.*Repas Famille*

Quand on met une rallonge à la table de la salle à manger, la nappe est trop courte de 10cm pour couvrir toute la longueur. On la dispose alors en laissant deux bandes de table non couvertes à chaque extrémité. La position de la nappe par rapport aux extrémités de la table est laissée au hasard. La variable aléatoire X égale à la largeur de l'espace découvert d'une extrémité suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$. On note Y la largeur découverte la plus grande et Z la plus petite.

1. Déterminer la loi de probabilité de Y .
2. En déduire la loi de Z .

¹Georges-Louis Leclerc de Buffon (1707–1788), scientifique et écrivain français.